Rekenen in cluster 2 onderwijs

Naar betere rekenprestaties voor leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen

Auteur:
Loes Wauters

Koninklijke Kentalis

Als horen of communiceren niet vanzelfsprekend is

Rekenen
in cluster 2 onderwijs

Naar betere rekenprestaties voor leerlingen met ESM
en dove/slechthorende leerlingen

Loes Wauters

Inhoudsopgave

Voorwoord

Voor u ligt het rapport ‘Rekenen in cluster 2 onderwijs: Naar betere rekenprestaties voor leerlingen met ESM en dove en slechthorende leerlingen’. Dit rapport is tot stand gekomen als onderdeel van het innovatieproject rekenen binnen een van de Kentalis scholen, Kentalis Talent. Het project is financieel mogelijk gemaakt door toekenning van innovatiegelden vanuit Kentalis Onderwijs.

Het project heeft het verhogen van de rekenresultaten van leerlingen met ernstige spraak- en taalmoeilijkheden en dove en slechthorende leerlingen tot doel. Om dit doel te kunnen bereiken wordt binnen het innovatieproject onder andere gewerkt aan de professionalisering van leerkrachten door middel van het delen van kennis, het vertalen van resultaten van wetenschappelijk onderzoek naar de onderwijspraktijk en het vastleggen van uitgangspunten voor het rekenonderwijs.
In dit rapport is kennis uit wetenschappelijk onderzoek op het gebied van rekenen bij leerlingen in het cluster 2 onderwijs in kaart gebracht. Op basis van die kennis zijn praktische handreikingen voor de onderwijspraktijk geformuleerd. Daarnaast zijn in dit rapport checklists opgenomen met de rekendoelen voor iedere groep, gebaseerd op de leerlijn rekenen zoals die door de CED groep voor het cluster 2 onderwijs is opgesteld. Het rapport kan een belangrijke bijdrage leveren aan het evidence based werken binnen het onderwijs en aan het verhogen van de leeropbrengsten op het gebied van rekenen.

Het rapport is geschreven vanuit Kentalis Pontem, maar de leden van de rekenwerkgroep van Kentalis Talent hebben een belangrijke bijdrage geleverd aan de invulling ervan. Daarvoor wil ik Judith van Damme-Stofmeel, Yvonne van Dongen, Kim de Keijser, Marlou van Nunen, Liselotte Nuijten, Elske Purmer en Léandra van Schaijk van harte bedanken. Ook wil ik graag Freke Bonder, Annet de Klerk, Harry Knoors, Yvonne Muntinga en Marjolijn van der Waerden bedanken voor hun adviezen met betrekking tot het rapport.

Afsluitend hoop ik dat dit rapport leerkrachten en andere betrokkenen voldoende handreikingen biedt voor het optimaliseren van hun eigen onderwijspraktijk.

Loes Wauters
Senior onderzoeker, Kentalis Expertise & Innovatie – Pontem
L.Wauters@kentalis.nl

Sint Michielsgestel, 28 januari 2011

1. Inleiding

1.1. Het belang van rekenen

In het onderwijs is de laatste jaren vooral aandacht besteed aan het bevorderen van de taal- en leesvaardigheid van leerlingen. Ook in het cluster 2 onderwijs, het onderwijs aan leerlingen met ernstige spraak- taalmoeilijkheden (ESM) en aan dove en slechthorende leerlingen, lag de prioriteit bij het verbeteren van het taal- en leesonderwijs. Sinds enkele jaren staat echter ook het rekenen hoog op de agenda van het ministerie van onderwijs en daarmee van de scholen. Om leerlingen een goede toekomst te kunnen bieden, is naast goed taal- en leesonderwijs ook goed rekenonderwijs van groot belang (National Mathematics Advisory Panel, 2008).

Er is slechts weinig onderzoek gedaan naar rekenen bij dove/slechthorende leerlingen en nog minder bij leerlingen met ESM, maar de ontwikkeling van rekenvaardigheid lijkt voor deze leerlingen niet altijd vanzelfsprekend te zijn en beide groepen bereiken gemiddeld een lager niveau dan hun (horende) leeftijdgenoten (Allen, 1986; Koponen, Mononen, Räsänen, & Ahonen, 2006; Traxler, 2000). Van de dove/slechthorende leerlingen in Amerika is bekend dat ongeveer de helft de middelbare school verlaat met een rekenniveau van groep 7/8. (Pagliaro, 2010; Traxler, 2000, zie verder hoofdstuk 4). Uit verschillende onderzoeken blijkt dat dove/slechthorende leerlingen bij het begin van het rekenonderwijs al achterliggen op hun horende leeftijdgenoten (Leybaert & Van Cutsem, 2002; Kritzer, 2009; Swanwick, Oddy, & Roper, 2005).

Om het rekenonderwijs voor leerlingen in het cluster 2 onderwijs optimaal te kunnen inrichten, is het van belang kennis te hebben van de ontwikkeling van rekenvaardigheid, zowel bij normaal ontwikkelende leerlingen als bij leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen. Ook is het van belang te weten welke instructiemethoden effectief zijn gebleken. Helaas is er weinig onderzoek gedaan naar effectieve rekeninstructie (National Mathematics Advisory Panel, 2008) en naar de rekenvaardigheid van leerlingen in het Cluster 2-onderwijs, maar het is van belang dat de uitkomsten van de beschikbare onderzoeken toegankelijk zijn voor de mensen die met de leerlingen werken. Het doel van het huidige rapport is het toegankelijk maken van de informatie uit onderzoek voor leerkrachten en eventueel andere belangstellenden.

In dit eerste hoofdstuk wordt ingegaan op aspecten van het rekenonderwijs, de relatie met taal en lezen en de tussendoelen en leerlijnen. In de volgende hoofdstukken wordt voor de onderbouw, middenbouw en bovenbouw een overzicht gegeven van de literatuur

over rekenen bij leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen. Ieder hoofdstuk wordt afgesloten met praktische handreikingen[1] voor in de klas.
Bij de beschrijving van het beschikbare onderzoek, moet rekening gehouden worden met de kleine onderzoeksgroepen. Doordat er slechts een klein aantal onderzoeken beschikbaar is bij leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen die ook nog eens bestaan uit kleine aantallen leerlingen die onderling erg van elkaar verschillen, is voorzichtigheid geboden bij het interpreteren van de resultaten. Koponen (2008) waarschuwt voor grote verschillen tussen leerlingen met ESM en hetzelfde geldt voor dove/slechthorende leerlingen. De onderzoeken die in dit rapport beschreven worden, zijn dus niet zomaar van toepassing op de leerlingen in je klas. Het is altijd van belang te bekijken waar de problemen van een kind liggen.

1.2. De relatie tussen rekenen en taal/lezen

Uit verschillende onderzoeken blijkt dat er een relatie is tussen rekenen en taal/lezen (Grimm, 2008; Van Groenestijn, 2006). Zo bestaat er een relatie tussen leesbegrip en het begrip van rekenkundige concepten en tussen leesbegrip en de prestaties op verhaalsommen (Grimm, 2008). Het is hier niet relevant om uitgebreid op deze onderzoeken in te gaan; daarom wordt volstaan met een bespreking van de factoren die ten grondslag liggen aan deze relatie.
Uit onderzoek van Simmons, Singleton en Horne (2008) blijkt dat er een verband is tussen fonologisch bewustzijn en rekenvaardigheid. Zij vonden in hun onderzoek dat het kunnen herkennen van rijmwoorden een voorspeller is van rekenvaardigheid (het kunnen oplossen van simpele rekensommen). In hun overzichtsartikel over de relatie tussen fonologie en rekenvaardigheid bij leerlingen met dyslexie beargumenteren Simmons et al. (2008) dat de beperkte fonologische vaardigheden van dyslectische leerlingen invloed uitoefenen op de rekenvaardigheden waarbij verbale codes een rol spelen, zoals het hardop tellen en het kunnen oproepen van rekenfeiten uit het geheugen. Vaardigheden waarbij verbale codes geen rol spelen, zoals schatten en subiteren (in een oogopslag een aantal benoemen), hangen niet samen met de fonologische vaardigheden van de dyslectische leerlingen. Ook Krajewski en Schneider (2009b) vonden een relatie tussen fonologisch bewustzijn en getalbegrip, door hen gedefinieerd als het kunnen opzeggen van de telrij en het begrip van de relatie tussen een getal en de hoeveelheid van een verzameling. Doordat getalbegrip een belangrijke rol speelt bij de latere rekenvaardigheid vinden zij een indirecte relatie tussen fonologisch bewustzijn en latere rekenvaardigheid.

[1] In februari/maart 2011 wordt door de Nederlandse Vereniging ter Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) het landelijk Protocol Ernstige Reken-Wiskundeproblemen en Dyscalculie uitgebracht. In dit protocol zijn ook allerlei praktische handreikingen voor het rekenonderwijs opgenomen die wij helaas niet meer hebben kunnen meenemen in dit rapport. Op de website www.nvorwo.nl vindt u meer informatie over het protocol.

Een andere factor die de relatie tussen reken- en leesproblemen zou kunnen verklaren is benoemsnelheid. Uit onderzoek (Van Lieshout, 2006) blijkt een verband tussen geautomatiseerde woordherkenning en geautomatiseerde kennis van de rekenfeiten (sommen onder de tien geautomatiseerd oplossen). Verder blijkt dat dit verband verklaard wordt door de benoemsnelheid van leerlingen, het zo snel en goed mogelijk kunnen oplezen van letters en cijfers. Krajewski en Schneider (2009a) vonden in hun longitudinaal onderzoek naar voorspellers van rekenprestaties, naast de sterke voorspellende waarde van het vroege getalbegrip in de kleuterjaren voor latere rekenprestaties, ook een voorspellende rol van benoemsnelheid van getallen voor de rekenprestaties aan het eind van groep 6. Koponen, Aunola, Ahonen en Nurmi (2007) vonden eenzelfde voorspellende waarde van het benoemen van plaatjes op de vaardigheid in het optellen en vermenigvuldigen met de eenheden ('single digit calculation'). Verder vonden zij dat de relatie tussen vloeiend lezen en rekenen (optellen en vermenigvuldigen) verklaard werd door benoemsnelheid.
Volgens Hecht, Torgesen, Wagner en Rashotte (2001) wordt de relatie tussen lezen en schrijven naast benoemsnelheid verklaard door het fonologisch geheugen (het snel kunnen nazeggen van cijfers) en het fonologisch bewustzijn.

Volgens DeHaene, Piazza, Pinel en Cohen (2003) wordt een relatie tussen taal en rekenen deels verklaard door het feit dat in de hersenen een zelfde gebied (de left angular gyrus) geactiveerd wordt bij het verwerken van verbale representaties van cijfers (bijv. bij het hardop tellen) als bij het lezen van woorden. Dit gebied in de hersenen is primair verantwoordelijk voor talige verwerking, maar wordt ook geactiveerd bij het rekenen als bij rekenopgaven een beroep gedaan wordt op het verbaal coderen van cijfers. Het gaat hier dan om opgaven waarbij de kennis van de rekenfeiten (bijv. de tafels) uit het geheugen opgehaald moet worden. De activatie van dit gebied in de hersenen wordt voornamelijk gevonden bij sommen onder de 10 omdat die kennis vaak in het geheugen opgeslagen ligt.

Het is niet onwaarschijnlijk dat de relatie tussen taal/lezen en rekenen belangrijke gevolgen heeft voor leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen. Enkele onderzoeken bevestigen de relatie tussen taal en lezen bij dove/slechthorende leerlingen (o.a. Davis & Kelly, 2003; Kelly & Gaustad, 2007). Pagliaro (2010) geeft een overzicht van onderzoeksresultaten over de relatie tussen taal en rekenen bij dove/slechthorende leerlingen en concludeert dat bepaalde aspecten problemen opleveren. Ze hebben bijvoorbeeld problemen met woorden die binnen de context van het rekenen een andere betekenis hebben dan buiten de context van het rekenen en met woorden die specifiek

zijn voor het rekenen. Ook rekenkundige afkortingen of symbolen leveren vaak problemen op. Verder levert taal met vergelijkingen (bijv. groter dan), ontkenningen of voorwaardelijke voegwoorden (bijv. als-dan) problemen op.
In Nederland doet Tijs Kleemans aan de Radboud Universiteit Nijmegen onderzoek naar de relatie tussen rekenen en taal bij leerlingen met ESM. De eerste resultaten van dit onderzoek bij 61 kleuters in groep 2 wijzen uit dat bij deze leerlingen taalvaardigheid een belangrijke rol speelt bij het getalbegrip (Kleemans, Segers, & Verhoeven, in press). Onder taalvaardigheid vallen in dit onderzoek het fonologisch bewustzijn en grammaticale vaardigheid (gemeten met de subtest Zinsbegrip uit de Taaltoets Alle Kinderen). Het getalbegrip is gemeten met de Utrechtse Getalbegrip Toets. Ook de factor benoemsnelheid bleek in dit onderzoek een belangrijke voorspeller te zijn van de scores op getalbegrip.
We komen in de volgende hoofdstukken nog terug op de relatie tussen taal en rekenen.

1.2.1. Overige voorspellers van rekenvaardigheid

In de vorige paragraaf beschreven we de relatie tussen taal en lezen en de rol van fonologisch bewustzijn als voorspeller van latere rekenvaardigheid. Naast fonologisch bewustzijn zijn er nog enkele andere factoren die een voorspellende waarde hebben voor het rekenen.
Onderzoek van Passolunghi, Vercelloni en Schadee (2007) laat zien dat vooral het kunnen opzeggen van de telrij en het werkgeheugen aan begin van groep 3 een voorspellende waarde hebben voor de rekenvaardigheid aan het eind van groep 3.
Ook onderzoeken van Bull, Espy en Wiebe (2008), Geary et al. (2007) en Imbo en Vandierendonck (2007) geven aan dat het werkgeheugen een belangrijke rol speelt bij het rekenen. In het onderzoek van Bull et al. werden kinderen van 4,5 jaar onderzocht. Bij deze kinderen bleken het korte termijn geheugen (het kunnen nazeggen van een cijferreeks) en het werkgeheugen (het achterstevoren kunnen nazeggen van een cijferreeks) voorspellend te zijn voor de scores op een taak die de volgende vaardigheden meet: het wiskundig inzicht, de telvaardigheid, cijferherkenning, simpele bewerkingen (zoals 3+2 of 3-1), het herkennen van vormen en meer complexe procedures (zoals ‘wat is 3 minder dan 7?’).
Geary et al. (2007) onderzochten de onderliggende factoren van het rekenen bij kleuters met rekenproblemen, kleuters met leerproblemen en normaal ontwikkelende kleuters. De leerlingen werden getest in groep 2 en groep 3. Bij de leerlingen die waren bestempeld als leerlingen met rekenproblemen, bleek het getalbegrip, de telvaardigheid en het strategiegebruik bij simpele optelsommen samen te hangen met het werkgeheugen.
In het Vlaamse onderzoek van Imbo en Vandierendonck (2007) bleek het werkgeheugen ook bij het latere rekenen een rol te spelen. Bij 10- tot 12-jarige leerlingen bleek het

werkgeheugen geen invloed uit te oefenen op de keuze van de gebruikte strategie bij optel- en aftreksommen, maar wel op de mate waarin de leerlingen met de gekozen strategie tot het juiste antwoord kwamen.
Het onderzoek van Passolunghi et al. (2007) liet al zien dat naast het fonologisch bewustzijn en het werkgeheugen de vroege rekenvaardigheid een voorspellende waarde heeft voor het latere rekenen. Ook volgens Clements en Sarama (2009), Gelderblom (2010) en Krajewski en Schneider (2009a) zijn getalbegrip en kennis over rekenen en wiskunde bij kleuters voorspellend voor de latere rekenvaardigheid. Hierover meer in hoofdstuk 2.

1.3. Effectief rekenonderwijs

Om leerlingen de kansen te geven die ze verdienen, is het van belang om het onderwijs effectief in te richten. Dit geldt niet alleen voor het taal- en leesonderwijs, maar zeker ook voor het rekenonderwijs. De school- en dus ook de rekenprestaties van leerlingen worden voor het grootste deel verklaard door de kwaliteit van instructie en de effectiviteit van de leerkracht (Gelderblom, 2010; Grimm, 2008; Ruijssenaars, van Luit, & van Lieshout, 2006). Het effectief inrichten van het rekenonderwijs is van belang voor alle leerlingen, maar zeker voor zwakke rekenaars en voor leerlingen in het speciaal onderwijs, zoals leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen.
Effectief rekenonderwijs bestaat uit de volgende kenmerken (Gelderblom, 2010):

A. Doelgericht rekenonderwijs en hoge verwachtingen
B. Voldoende tijd besteden aan rekenonderwijs
C. Effectieve rekeninstructie
D. Extra tijd voor zwakke rekenaars
E. Een goede rekenstart
F. Monitoren van het rekenonderwijs

A. Doelgericht rekenonderwijs en hoge verwachtingen
Het stellen van doelen en het hebben van hoge verwachtingen is van groot belang voor het leren van leerlingen (Gelderblom, 2007, 2010; Stoep, 2008). Het stellen van te lage doelen leidt vaak tot nog grotere achterstanden. Het verlagen van de doelen moet daarom een uiterst redmiddel zijn (Gelderblom, 2007).
Voor het reguliere basisonderwijs zijn heldere kerndoelen en tussendoelen geformuleerd door de Stichting Leerplanontwikkeling (SLO, zie http://tule.slo.nl) en door het Freudenthalinstituut (Van den Heuvel-Panhuizen, Buys en Treffers, 2001; Treffers, van den Heuvel-Panhuizen, & Buys, 2009). Voorbeelden van doelen zijn het tot 10 kunnen

tellen aan het eind van groep 1, het vlot kunnen optellen en aftrekken tot 10 aan het eind van groep 3 en tot 100 aan het eind van groep 5.
Door de CED-groep zijn speciaal voor leerlingen in Cluster-2 onderwijs kerndoelen en leerlijnen geformuleerd.
Zie § 1.5 voor een verdere bespreking van tussendoelen, kerndoelen en leerlijnen.

B. Voldoende tijd besteden aan rekenonderwijs
Meer instructietijd voor rekenen en effectiever omgaan met de beschikbare tijd leiden tot betere resultaten. Goede rekenscholen (scholen waar leerlingen goede rekenresultaten behalen) besteden meer tijd aan rekenen, gebruiken de beschikbare tijd efficiënt (de tijd wordt daadwerkelijk aan rekenen besteed) en bieden extra tijd voor zwakke leerlingen.
In de kleutergroepen wordt ongeveer 3 uur per week besteed aan de bouwstenen voor rekenen (Leenders, 2009). Vanaf medio groep 3 dient dagelijks minimaal een uur per dag gerekend te worden. Zwakke rekenaars krijgen daarnaast wekelijks nog een uur extra instructie- en oefentijd (Gelderblom, 2010).

C. Effectieve rekeninstructie
Risicoleerlingen zijn in sterke mate afhankelijk van de kwaliteit van instructie die ze krijgen. Leerlingen blijken goede resultaten te bereiken als de leerkracht de lessen voorbereidt en een duidelijke structuur volgt tijdens de lessen (Leenders, 2009).
Het directe instructiemodel is in de afgelopen jaren effectief gebleken in het onderwijs (Veenman, Lem, Roelofs, & Nijssen, 1993) en is ook uitermate geschikt voor het rekenonderwijs. Het directe instructiemodel gaat uit van een aantal stappen (Veenman, 1996; zie ook Kwaliteitskaart Groepsinstructie rekenen, Rekenpilots):

- introductie van de les
- terugblik op voorgaande stof (voorkennis van de leerlingen activeren)
- oriëntatie op het doel van de les
- uitleg en instructie
- begeleide oefening
- zelfstandige verwerking
- evaluatie, terugblik en vooruitblik

Gelderblom (2010) noemt nog een aantal andere aandachtspunten voor effectieve rekeninstructie:

- Zorg voor een grondige voorbereiding van het formele rekenen: Om vlot te leren rekenen moeten kinderen beschikken over een goed getalbegrip en vlot en flexibel over de getallenlijn kunnen bewegen. Zie ook § 1.2 voor een bespreking van de voorwaarden voor rekenen.

- Voordoen, samendoen, zelf doen: Zwakke rekenaars zijn gebaat bij een gestructureerde aanpak. Kies daarom voor de didactiek van voordoen, samen doen, zelf doen.
- Uitgaan van contexten: plaats de rekenactiviteiten in voor leerlingen herkenbare situaties en maak gebruik van materialen en handelingen die hen aanspreken.
- Starten vanuit een sturende didactiek: Zwakke rekenaars niet zelf strategieën laten ontdekken, maar ze vertellen welke strategie ze moeten gebruiken en voordoen hoe de strategie werkt.
- Onder woorden brengen: Spreek voortdurend hardop uit hoe je een bepaalde som uitrekent. Laat de leerlingen ook verwoorden hoe ze een som uitrekenen. Zo raken ze zich bewust van hun aanpak.
- Maak tijdens de uitleg waar mogelijk gebruik van schema's. Door te visualiseren wordt het denken van leerlingen ondersteund. Dit is vooral van belang voor zwakke rekenaars. Ga er hierbij niet automatisch van uit dat een schema zoals dat in de methode wordt voorgesteld bruikbaar is voor jouw leerlingen. Probeer liever om samen met de leerlingen tot zo'n schema te komen zodat het voor hen betekenis heeft.
- Besteed bewust aandacht aan een goede oriëntatie op de taak. Voorkom dat leerlingen meteen aan de slag gaan en daardoor fouten maken en negatieve ervaringen opdoen.
- Start elke rekenles met een automatiseringsoefening van 5-10 minuten. Veel korte, intensieve oefenlesjes zijn effectiever dan een hele lange oefening.

D. Extra tijd voor zwakke rekenaars

Voor zwakke rekenaars is het van belang dat ze extra instructie en oefening krijgen in een kleine groep. Deze extra tijd kan geboden worden in de vorm van pre-teaching, verlengde instructie en begeleid oefenen. Bij pre-teaching wordt de stof voor de volgende rekenles al een keer doorgenomen met de leerlingen. Bij verlengde instructie wordt na afloop van de klassikale instructie de stof nog eens met de leerlingen doorlopen. Extra tijd om te oefenen moet altijd onder begeleiding gebeuren in plaats van leerlingen zelfstandig aan het werk te zetten.

In dit kader is ook het principe van convergente differentiatie van belang. Convergente differentiatie betekent dat alle leerlingen dezelfde groepsinstructie krijgen en dat tijdens de verwerking rekening wordt gehouden met de individuele verschillen. Alle leerlingen doen mee aan de groepsinstructie, ook de zwakke leerlingen. Goede leerlingen krijgen daarna verrijkingsstof aangeboden en de zwakke rekenaars krijgen de extra instructie of begeleide oefening die ze nodig hebben. Het doel van deze vorm van differentiatie is het behalen van de minimumdoelen door alle leerlingen en het verkleinen van de kloof

tussen goede en zwakke rekenaars. Een dergelijke differentiatie vergt wellicht een reorganisatie van het huidige rekenonderwijs in de klas.
Om convergente differentiatie te realiseren is een goede opbouw van de les noodzakelijk. Figuur 1 laat de opbouw van een goede rekenles zien (Kwaliteitskaart Een goede rekenles, Rekenpilots; Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

Automatiseringsoefening 5 minuten	
Groepsinstructie 15 minuten	
Zelfstandig werken 15 minuten	Verlengde instructie + begeleide inoefening 15 minuten
Zelfstandig werken, servicerondje 10 minuten	Zelfstandig werken 10 minuten
Feedback zelfstandig werken 10 minuten	
Afsluiting 5 minuten	

Figuur 1. Opbouw van een goede rekenles.

Iedereen doet mee aan de groepsinstructie, ook de zwakke leerlingen. Aandachtspunten bij de groepsinstructie zijn: vooraf het doel en een lesoverzicht geven, gebruik maken van voorkennis van de leerlingen (via terugblik), nieuwe vaardigheid voordoen.
Na de groepsinstructie gaan de goede leerlingen zelfstandig werken aan opdrachten die aansluiten bij de stof die tijdens de instructie behandeld is. De zwakke leerlingen krijgen verlengde instructie en begeleide inoefening. In het reguliere onderwijs wordt voor zwakke rekenaars dagelijks 15 minuten verlengde instructie aanbevolen (Kwaliteitskaart Verlengde instructie rekenen, Rekenpilots). Deze verlengde instructie sluit aan bij de inhoud van de groepsinstructie.
Na het zelfstandig werken geeft de leerkracht feedback en sluit de les af door terug te komen op de doel van de les.

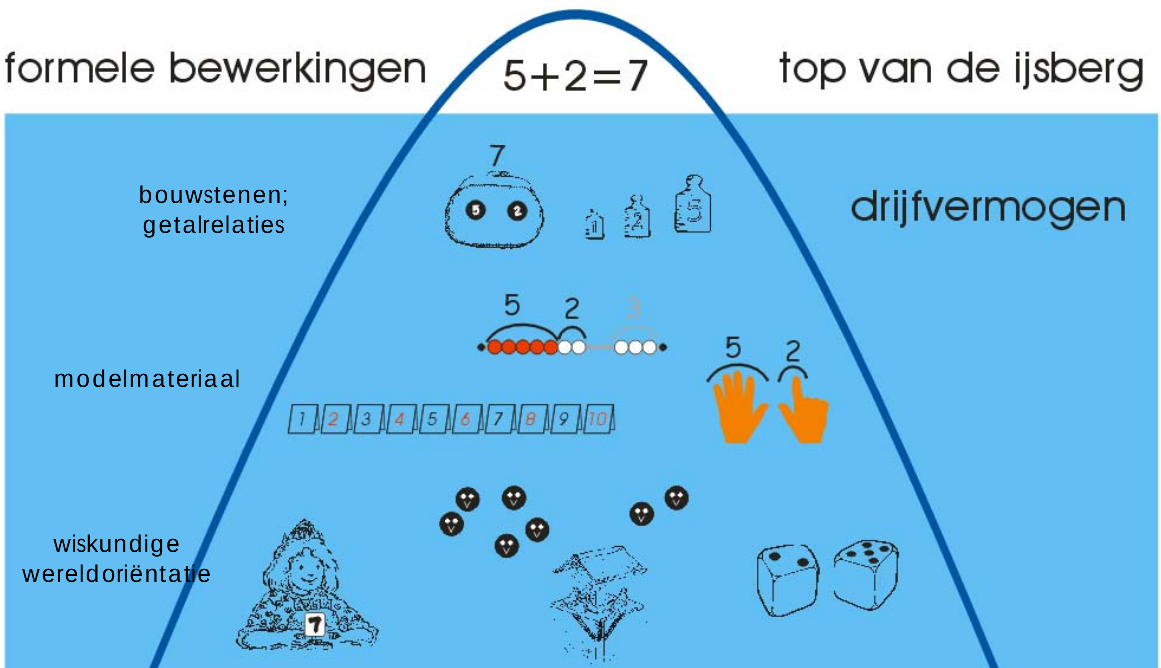
E. Een goede rekenstart
In de onderbouw wordt de basis gelegd voor de latere rekenontwikkeling. Daarom is het van belang om hier voldoende aandacht te besteden aan de ontwikkeling van het getalbegrip en het tellen. Wacht niet tot leerlingen ‘er aan toe zijn’, maar biedt (risico)leerlingen dagelijks telactiviteiten aan. Het is van belang eventuele rekenproblemen vroegtijdig te signaleren, bijvoorbeeld door middel van de Utrechtse Getalbegrip Toets-Revised (UGT, van Luit & van de Rijt, 2009).
Zie hoofdstuk 2 voor meer informatie over rekenen in de onderbouw.

F. Monitoren van het rekenonderwijs

Gebruik de toetsgegevens om beslissingen te nemen over de invulling van het rekenonderwijs. De resultaten van toetsen geven niet alleen informatie over de ontwikkeling van individuele leerlingen, maar ook over het rekenonderwijs dat ze hebben gekregen. Door het analyseren van de toetsresultaten kunnen leerkrachten, intern begeleiders en schoolleiders beslissingen nemen over het rekenonderwijs in de klas en op de school.

1.4. Metafoor van de ijsberg

De metafoor van de ijsberg (zie Figuur 2) laat zien dat het in het rekenonderwijs niet alleen gaat om het kunnen oplossen van de sommen (Moerlands & van der Straaten, 2009). Om tot het niveau van het formele rekenen, het topje van de ijsberg, te komen, doorlopen leerlingen eerst een aantal andere niveaus die samen het drijfvermogen vormen waarin we in het onderwijs moeten investeren (Boswinkel & Moerlands, 2003).



Figuur 2. Metafoor van de ijsberg (samengesteld uit Boswinkel & Moerlands (2003) en Kwaliteitskoffer Speciaal Rekenen (2010)).

Op het niveau van wiskundige wereldoriëntatie wordt voortgeborduurd op de informele kennis van leerlingen. Leerlingen maken binnen betekenisvolle situaties kennis met getallen en bewerkingen. Hier gaat het bijvoorbeeld om het zoeken van getallen in de klas en het verdelen van een taart in gelijke stukken (Boswinkel & Moerlands, 2003).
Op het niveau van de modelmaterialen maken leerlingen gebruik van materialen die de concrete werkelijkheid voorstellen, zoals de vingers, de kralenketting, het rekenrek, etc.

Op het bouwsteenniveau zijn de eenheden niet meer één voor één telbaar en kan dus niet meer met eenheden gerekend worden. Dit is het geval bij het werken met geld en maten of gewichten. Dit niveau is ook het niveau van de getalrelaties waarbij leerlingen een getal moeten gaan zien als een samenstelling van andere getallen, bijvoorbeeld 8 als twee groepjes van 4 of een groepje van 5 en een groepje van 3.
Deze eerste drie niveaus vormen het drijfvermogen waar leerlingen alles leren over getallen en bewerkingen. Dit drijfvermogen vormt de basis voor het latere formele rekenen waar het gaat om het direct oplossen van de sommen (Boswinkel & Moerlands, 2003).
Volgens Boswinkel en Moerlands is het voor leerlingen in het speciaal onderwijs van belang voldoende tijd te besteden aan de ontwikkeling van het drijfvermogen. Voor sommige kinderen is het formele rekenen volgens hen niet haalbaar en moet geïnvesteerd worden in het handelend rekenen in concrete situaties.

1.5. Realistisch versus traditioneel rekenen

Tegenwoordig zijn alle rekenmethoden **realistisch**. In 1987 formuleerde Treffers vijf grondprincipes van het realistisch rekenonderwijs (KNAW, 2009):

1. Zelf kennis construeren: het is belangrijk dat leerlingen zich iets bij een probleem kunnen voorstellen en er eigen ideeën en informele oplossingsmanieren voor bedenken. Deze eigen producties vormen het uitgangspunt van het realistisch rekenonderwijs.
2. Niveaus en modellen: de eigen producties van leerlingen worden via modellen, schema's, diagrammen, etc. geleidelijk omgezet in meer gestructureerde en abstracte manieren.
3. Reflectie op eigen producties: leerlingen worden uitgedaagd om na te denken over hun eigen producties en handelen. De leerkracht stimuleert dit door vragen te stellen, alternatieven voor te stellen en discussie op te roepen.
4. Interactie: leerlingen leren door hun oplossingsmanieren voor elkaar te verwoorden en deze te vergelijken. De leerkracht speelt hierbij een belangrijke rol door de leerlingen te helpen met het verwoorden.
5. Verstrengeling van leerlijnen: leerlingen worden gestimuleerd om zelf verbanden in de leerstof te ontdekken. De verschillende leerlijnen moeten voor hen geen afzonderlijke onderdelen zijn, maar het doel van het rekenonderwijs is een samenhangend, toepasbaar, geïntegreerd geheel van kennis, inzichten en vaardigheden.

Ondanks deze formulering van de grondprincipes wordt er in rekenmethoden verschillend vorm aan gegeven (KNAW, 2009).

De methoden die voor de introductie van het realistisch rekenen werden gebruikt, worden bestempeld als **traditionele** methoden en de uitgangspunten daarvan zijn slechts achteraf beschreven. Het belangrijkste kenmerk van traditionele rekenmethoden is dat de leerkracht de leerlingen een efficiënte strategie aanleert om een bepaald type opgave op te lossen. Deze strategie wordt stap voor stap uitgelegd en uitgebreid geoefend tot leerlingen deze beheersen. In totaal moet de leraar 12 strategieën aanleren, namelijk voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen van natuurlijke getallen, kommagetallen en breuken. Het rekenonderwijs moet er op gericht zijn die 12 strategieën perfect te beheersen.

1.5.1. Realistische rekenmethode bij zwakke leerlingen

De laatste jaren is er discussie ontstaan over de uitgangspunten van het realistisch rekenonderwijs (Gelderblom, 2010; KNAW, 2009; Van der Craats, 2007). De kern van de kritiek van Van der Craats is dat universele rekenprincipes zoals die in het traditioneel rekenonderwijs worden aangeboden hebben plaats gemaakt voor handige trucjes die afhankelijk zijn van het type som en hij maakt zich zorgen over de invloed hiervan op zwakke leerlingen. De zorg over het gebruik van realistische rekenmethoden bij zwakke leerlingen is vaker geuit. Gelderblom zet vraagtekens bij de nadruk op het zelf ontdekken binnen het realistisch rekenen. Hij stelt dat zwakke rekenaars baat hebben bij een gestructureerde aanpak waarbij de leerkracht de leerlingen uitlegt hoe ze een strategie moeten toepassen en dat zelf voordoet. Ook in de kwaliteitskaarten van Rekenpilots wordt voor zwakke rekenaars gepleit voor een meer sturende didactiek waarbij de nadruk op de basisstrategieën ligt. Uit onderzoek van Timmermans (2005) blijkt zelfs dat zwakke rekenaars er baat bij hebben om slechts één strategie aangeboden te krijgen. Pas als ze die volledig onder de knie hebben, kan overwogen worden om andere oplossingsmanieren aan te leren (Gelderblom, 2010).

Naast de kritiek op het principe van het zelf ontdekken, worden er vraagtekens gezet bij de hoeveelheid contextopgaven die meer algemene kennis dan wiskundige kennis van de leerlingen vragen (Opmeer, 2005) en bij het interactieve principe van de realistische rekenmethoden (Ruijssenaars et al., 2006). Voor taalzwakke leerlingen kan het interactieve principe problemen opleveren, omdat zij er juist moeite mee hebben om onder woorden te brengen wat ze denken en hoe ze een probleem oplossen. De complexiteit van de contextopgaven leidt er vaak toe dat leerlingen de opdracht niet begrijpen zonder dat dit iets zegt over hun rekenvaardigheden. Volgens Ruijssenaars et al. moeten die contexten beter gestructureerd worden door de irrelevante informatie weg te laten en de informatie uit de opgave op te delen. Een aspect van de realistische rekenmethoden dat hier wel gebruikt zou kunnen worden is het gebruik van visuele modellen en schema's.

Het realistisch rekenen doet een beroep op woordenschat, vlotte leesvaardigheid, geautomatiseerde voorkennis, aandacht, werkgeheugen, zelfcontrole en transfer. Dit zijn vaardigheden waar zwakke leerlingen vaak problemen mee hebben (Ruijssenaars et al., 2006).

Ondanks de discussie over de verschillen tussen de twee kampen, is er volgens de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW, 2009) niet voldoende wetenschappelijk bewijs voor verschillen in rekenprestaties van leerlingen tussen het traditioneel en realistisch rekenen. Wel lijken zwakke leerlingen minder gebaat bij een vrije vorm van instructie en meer bij een sturende rol van de leraar.

In het onderwijs lijkt er toenadering te ontstaan tussen de voorstanders van de twee onderwijsmethodieken, traditioneel en realistisch (KNAW, 2009). Hierdoor komen er methoden op de markt waarin meer aandacht komt voor oefening, visuele contexten en schriftelijk rekenen met een minder snelle afwisseling van onderwerpen om te voorkomen dat leerlingen in verwarring raken. Daarnaast is er aandacht voor de ontwikkeling van begrip, inzicht, flexibiliteit, denken en redeneren.
Ook Timmermans (2005) pleit voor een combinatie van realistisch en traditioneel rekenen door het expliciet aanleren van bewezen strategieën (via directe instructie) op te nemen in een realistische methode. Het National Mathematics Advisory Panel (2008) geeft aan dat er geen wetenschappelijk bewijs is voor het volledig leerlinggestuurd (realistisch) of leerkrachtgestuurd (traditioneel) inrichten van het rekenonderwijs, maar dat de keuze voor een van de vormen van instructie afhankelijk is van de situatie.

1.6. Tussendoelen, leerlijnen en referentieniveaus

Door de Stichting Leerplanontwikkeling (SLO) zijn in opdracht van het Ministerie voor Onderwijs voor alle leergebieden in het primair onderwijs kerndoelen opgesteld; een van die leergebieden is rekenen en wiskunde. De kerndoelen zijn streefdoelen voor het reguliere basisonderwijs die aangeven wat de leerlingen in hun schoolloopbaan aangeboden moeten krijgen. Op basis van deze kerndoelen is per groep in een leerlijn uitgewerkt met welke inhoud en activiteiten het kerndoel behaald kan worden. De doelen en de bijbehorende leerlijnen voor het primair onderwijs zijn te vinden via www.tule.slo.nl.
Door de CED-groep zijn de leerlijnen zoals die zijn opgesteld voor het reguliere basisonderwijs aangepast voor de verschillende clusters in het speciaal onderwijs. Zo bestaat er een leerlijn rekenen voor het cluster 2 onderwijs. In deze aangepaste leerlijnen is een aantal doelen doorgeschoven in de tijd, dat wil zeggen dat deze op een later tijdstip aan bod komen dan in de reguliere leerlijnen. Daarnaast is er een aantal

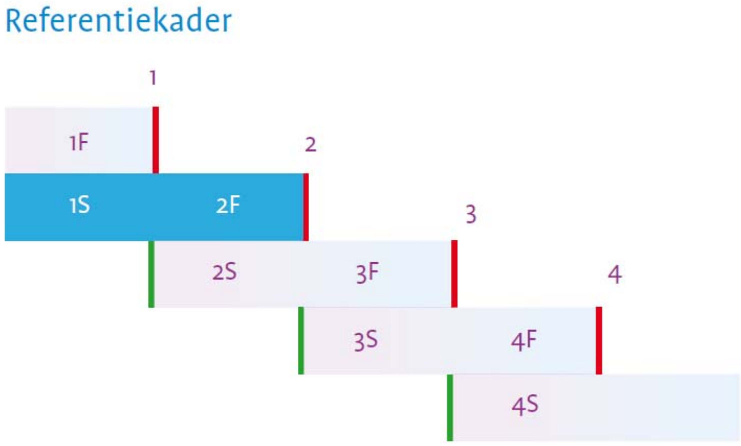
doelen dat niet is opgenomen in de basisleerlijn voor cluster 2, maar als extra mogelijkheid is opgenomen voor de betere leerlingen, de leerlingen die zullen doorstromen naar havo of vwo; dit is de zogenaamde + categorie. Zie http://www.cedgroep.nl/sbo-en-samenwerkingsverbanden/innovatie/leerlijnen/downloads.aspx voor de leerlijnen voor cluster 2. De leerlijnen richten zich op drie domeinen: wiskundig inzicht en handelen, getallen en bewerkingen en meten en meetkunde.

Per 1 augustus 2010 zijn de referentieniveaus voor taal en rekenen wettelijk ingevoerd. Deze niveaus zijn vastgesteld door het ministerie van OCW en geven aan wat een leerling aan het eind van het basisonderwijs of voortgezet onderwijs moet beheersen aan kennis en vaardigheden op het gebied van taal en rekenen. De referentieniveaus zijn opgesteld door de Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen (2008). Er bestaan vier referentieniveaus met binnen ieder niveau een fundamenteel niveau en een streefniveau (zie Figuur 3). Het fundamentele niveau hoort door alle leerlingen behaald te worden. Het streefniveau is een uitdagend niveau voor leerlingen die meer aan kunnen. Niveau 1F is het niveau dat leerlingen aan het eind van het basisonderwijs zouden moeten beheersen. Leerlingen voor wie niveau 1F het maximaal haalbare is zullen veelal instromen in de basisberoepsgerichte en kaderberoepsgerichte leerwegen van het vmbo. Het niveau 2F wordt gezien als een noodzakelijk niveau voor het goed kunnen functioneren in de maatschappij.

Binnen het referentiekader zijn voor rekenen vier domeinen beschreven:
1. Getallen: getalbegrip + bewerkingen met getallen
2. Verhoudingen: breuken en procenten
3. Meten en Meetkunde
4. Verbanden: grafieken, diagrammen; verbanden tussen grootheden en hoeveelheden
Het volledige referentiekader is te vinden via www.taalenrekenen.nl.

De referentieniveaus zijn ontwikkeld nadat de leerlijn rekenen voor cluster 2 is opgesteld. In schooljaar 2010/2011 wordt door de CED Groep, de SLO en het Freudenthal Instituut gewerkt aan een vertaling van de referentieniveaus naar de leerlijnen. Deze ontwikkeling is nu echter nog in volle gang waardoor deze vertaling nog niet meegenomen kan worden in dit rapport en in de huidige opgestelde doelen voor het rekenonderwijs in cluster 2.
In het huidige rapport wordt daarom uitgegaan van de kerndoelen en de leerlijnen zoals die door de SLO en CED Groep zijn opgesteld voor cluster 2. De referentieniveaus geven het eindniveau per onderwijstype aan, terwijl de kerndoelen en leerlijnen per leerjaar aangeven wat de doelen zijn en hoe het onderwijs deze doelen kan bereiken. Voor

leerkrachten biedt dit betere aanknopingspunten voor de praktijk in de klas. Natuurlijk zullen we de referentieniveaus ook raadplegen, maar bij het opstellen van doelen voor de verschillende groepen houden we vast aan de indeling van de leerlijnen. Onder niveau 1F valt een aantal van de doelen die in de leerlijn voor cluster 2 zijn doorgeschoven naar de + categorie voor leerlingen die dat aankunnen. Deze doelen zullen we ook in de doelen voor cluster 2 opnemen als een aparte categorie (zie Bijlage H).



Figuur 3. Referentieniveaus taal en rekenen met de koppeling naar het onderwijstype (Expertgroep Doorlopende leerlijnen Taal en Rekenen, 2008)

2. Rekenen in de onderbouw

2.1. Doelen in groep 1 en 2

Kinderen doen in de voorschoolse periode al veel ervaring op met getallen (Van Luit, 2009). Dit gebeurt incidenteel via spelletjes en gesprekken thuis waarbij aantallen een rol spelen. In dit kader wordt ook wel gesproken over *ontluikende gecijferdheid*. Het TAL-team (Treffers et al., 2009) geeft de volgende definitie:

> "... een proces waarbij de kinderen grotendeels op eigen kracht geleidelijk meer besef krijgen van de verschillende betekenissen en gebruikswijzen van getallen, en voor de samenhang daartussen." (Treffers et al., 2009, p. 9)

In groep 1 en 2 moet de basis gelegd worden voor het latere rekenen. Clements en Sarama (2009) geven aan dat de vroege kennis over rekenen en wiskunde een belangrijke voorspeller is voor de latere rekenvaardigheid. Volgens Gelderblom (2010) moet daarom in de kleutergroepen gezorgd worden voor een goede rekenstart door aandacht te besteden aan de volgende voorwaarden voor rekenen:

- **Getalbegrip**: Getalbegrip houdt in dat een leerling zich ervan bewust is dat een getal meerdere betekenissen of functies kan hebben. Onderdelen van het getalbegrip zijn het classificeren en het kunnen seriëren. Bij classificeren moeten leerlingen voorwerpen op basis van een bepaald kenmerk in groepen indelen. Bij seriëren moeten leerlingen voorwerpen ordenen van laag naar hoog, van licht naar donker, van dun naar dik, etc. Volgens Koponen, Aunola, et al. (2007) is getalbegrip een belangrijke voorspeller voor de procedurele rekenkennis, de kennis van de rekenstrategieën.
- **Tellen**: Bij tellen gaat het om het akoestisch (of in gebarentaal) opzeggen van de telrij. Het is belangrijk dat kinderen zich de telrij tot 20 eigen maken. Ook het kennen van de cijfersymbolen is een belangrijke rekenvoorwaarde die aan het einde van groep 2 beheerst moet worden.
- **Benoemsnelheid**: de snelheid waarmee informatie uit het lange termijngeheugen wordt opgehaald is een voorspeller van latere automatisering. Leerlingen die snel letters, cijfers of plaatjes kunnen benoemen hebben minder moeite met het automatiseren van rekenfeiten. In het onderzoek van Koponen, Aunola, et al. (2007) was benoemsnelheid een belangrijke voorspeller voor het kunnen optellen en vermenigvuldigen van eenheden, ook bij kinderen met ESM (Kleemans et al., in press; Koponen, 2008). Zie verder § 1.2.1.
- **Subiteren** en **getalbeeldherkenning**: Het subiteren ontwikkelt zich al heel vroeg en gaat om de snelheid waarmee kinderen kleine aantallen voorwerpen in een oogopslag waarnemen. Dit blijkt een voorspeller te zijn voor het vlot kunnen lezen van

driecijferige getallen. Ook is het van belang voor het herkennen en inprenten van getalbeelden, bijvoorbeeld van het rekenrekje.

In de groepen 1 en 2 wordt gewerkt aan bovenstaande voorwaarden door voort te borduren op de kennis die kinderen in de voorschoolse periode hebben opgedaan. Hierbij staan vier ontwikkelingsgebieden centraal (Gelderblom, 2010):

- tellen en getalbegrip
- meten
- ruimtelijke oriëntatie
- tijd en tijdsbesef

De doelen zoals die in de leerlijn voor cluster 2 zijn opgenomen besteden ook aandacht aan deze vier gebieden. In de leerlijn worden de domeinen echter anders benoemd: wiskundig inzicht en handelen, getallen en bewerkingen (= tellen en getalbegrip) en meten en meetkunde (= meten, ruimtelijke oriëntatie en tijd en tijdsbesef).
Een volledig overzicht van de doelen voor groep 1 en 2 staat in Bijlage A. De belangrijkste vaardigheden die in groep 1 en 2 aangeleerd moeten worden, zijn:

- tellen en getalbegrip tot 10
- cijfersymbolen tot 20
- inhoud en gewicht vergelijken
- vormen benoemen
- iets nabouwen
- begrip van relatie tussen klok en tijd
- begrip van vaste volgorde in dagen van de week

2.2. Tellen en getalbegrip

In de literatuur wordt voornamelijk aandacht besteed aan de ontwikkeling van het tellen en getalbegrip, omdat deze gebieden een belangrijke rol spelen bij de verdere ontwikkeling van de rekenvaardigheid.
Van Luit definieert getalbegrip als het bewustzijn dat een getal meerdere betekenissen of functies kan hebben. Kinderen komen op allerlei manieren in aanraking met hoeveelheden en getallen en hebben hun eerste besef van hoeveelheden op de leeftijd van ongeveer 2 jaar (zie ook Ruijssenaars et al., 2006). Ze kunnen dan nog niet tellen, maar begrijpen dat telwoorden een hoeveelheid aangeven. De juiste koppeling maken tussen een hoeveelheid en het bijpassende telwoord is nog teveel gevraagd. Peuters zijn vaak wel al in staat om kleine hoeveelheden waar te nemen zonder dat ze kunnen tellen. Het gaat hier dan om het subiteren, het vermogen om in een oogopslag een hoeveelheid

(van maximaal vier) te herkennen en benoemen. Hiermee is de start van het leren tellen gemaakt. De volgende fasen in de ontwikkeling van het tellen zijn als volgt (Ruijssenaars et al., 2006):

- *Akoestisch tellen*: rond de leeftijd van 3 jaar met het opzeggen van een willekeurige getallenrij door gebruik van de telwoorden. Hierbij wordt nog niet de juiste volgorde aangehouden en de getallenrij begint niet per definitie bij 1.
- Van *asynchroon tellen* naar *synchroon tellen*: in deze fase (vanaf 4 jaar) is er echt sprake van tellen. Kinderen tellen nu voorwerpen. In eerste instantie is er nog sprake van asynchroon tellen waarbij kinderen nog niet weten dat bij één voorwerp ook één telwoord hoort; ze wijzen meerdere voorwerpen tegelijk aan of slaan voorwerpen over. Als kinderen gelijktijdig kunnen tellen en voorwerpen aanwijzen en dus per voorwerp één telwoord gebruikt, is er sprake van synchroon tellen.
- *Ordenen van de voorwerpen*: in deze fase ordenen kinderen de voorwerpen tijdens of voorafgaand aan het tellen. Het gaat dan om handelingen als het wegschuiven van voorwerpen nadat ze geteld zijn of het handig neerleggen van voorwerpen voor ze geteld worden.
- *Resultatief tellen*: bij resultatief tellen weet een kind dat tellen altijd met 1 begint, dat ieder voorwerp slechts een keer geteld wordt en dat het laatste telwoord de hoeveelheid weergeeft. Dit besef komt rond de leeftijd van 5 jaar.
- *Resultatief verkort tellen*: in deze fase komen kinderen tot het besef dat er kortere manieren van tellen zijn doordat ze bijvoorbeeld een hoeveelheid van 5 herkennen en van daaruit verder tellen. Vanaf de leeftijd van 5½ à 6 jaar kunnen kinderen dit toepassen met materiaal.

In groep 1 en 2 komen kinderen via de niveaus van contextgebonden en objectgebonden tellen en rekenen op het niveau van het pure tellen en rekenen. Bij contextgebonden rekenen kunnen kinderen in betekenisvolle, aansprekende contextsituaties aantallen tot 10 tellen, ordenen, schatten en vergelijken in termen van meer, minder, evenveel. Bij objectgebonden rekenen kunnen kinderen aantallen objecten tot 10 ordenen, vergelijken, schatten en tellen zonder dat daarbij een concrete context nodig is. Bij het pure rekenen kunnen kinderen deze vaardigheden toepassen zonder dat de concrete objecten aanwezig zijn. Kinderen representeren de getallen door bijvoorbeeld vingers, streepjes of stippen (Treffers et al., 2009). Het TAL-team geeft in de uitgave 'Jonge kinderen leren rekenen' praktische handreikingen voor het stimuleren van deze ontwikkeling met bijbehorende videofragmenten (Treffers et al., 2009).

Naast de ontwikkeling van het tellen is nog een aantal andere aspecten van belang voor de ontwikkeling van het getalbegrip (Van Luit, 2009):

- Vergelijken: kinderen kennen de begrippen die gebruikt worden bij het vergelijken van voorwerpen: meeste, minste, hoger, lager, etc.
- Hoeveelheden koppelen: kinderen kunnen voorwerpen aan de hand van criteria groeperen en op basis daarvan een onderscheid maken tussen hoeveelheden in de verschillende groepen voorwerpen.
- Eén-op-één correspondentie: kinderen vergelijken hoeveelheden door het toepassen van de één-op-één relatie en kunnen daarmee bepalen of er in twee verzamelingen evenveel voorwerpen zitten.
- Ordenen: kinderen kunnen voorwerpen ordenen van hoog naar laag, van meer naar minder, van dun naar dik, etc.
- Toepassen van kennis van getallen: kinderen kunnen in eenvoudige probleemsituaties getallen onder de 20 gebruiken.
- Schatten: kinderen kunnen op een getallenlijn (van 0-10 of 0-20) de positie van getallen bepalen en betekenis geven aan de grootte van getallen op een getallenlijn.

2.3. Leerlingen met ESM

Er is slechts weinig onderzoek gedaan naar rekenen bij kinderen met ernstige spraak-taalmoeilijkheden. Van dat kleine aantal onderzoeken is een nog kleiner aantal gericht op ontluikende gecijferdheid.

2.3.1. Tellen

Fazio (1994) deed onderzoek naar de telvaardigheid van 20 kleuters met ESM (4- en 5-jarigen). De kinderen in dit onderzoek waren kinderen met problemen op het gebied van taalproductie (grammatica), niet op het gebied van taalbegrip. De kinderen in dit onderzoek hadden moeite met het opzeggen van de telrij en met het tellen van voorwerpen. Het tellen van voorwerpen gebeurde niet synchroon. De kinderen telden bijvoorbeeld meerdere voorwerpen terwijl ze maar een cijfer noemden of noemden twee cijfers terwijl ze maar een voorwerp telden. Hoewel de kinderen niet synchroon telden, wisten ze wel dat het laatste getal in de telrij de hoeveelheid van een verzameling aangeeft. Het lijkt er dus op dat dit onderdeel van getalbegrip bij deze leerlingen wel goed ontwikkeld is, maar dat ze moeite hebben met het onthouden van de volgorde in de telrij (Fazio, 1994). Deze twee taken vragen een talige respons van de kinderen. Naast deze taken heeft Fazio de kinderen een systeem aangeleerd waarbij ze voorwerpen telden door lichaamsdelen aan te wijzen (in een vaste volgorde tot 7). Op deze motorische taak scoren de kinderen met ESM beter dan op de talige taak waarbij ze de telwoorden moeten gebruiken, maar ze scoren nog steeds lager dan leeftijdsgenoten met dezelfde cognitieve ontwikkeling. Fazio concludeert op basis van deze resultaten dat de problemen bij het tellen veroorzaakt worden door een zwakke verwerking van auditieve

sequentiële informatie. Dit zou te maken kunnen hebben met een zwak korte termijn geheugen als het gaat om de opslag van fonologische informatie.
Arvedson (2002) vergeleek 19 kinderen met ESM in de leeftijd van 3,5 tot 5 jaar met leeftijdgenoten en met een groep kinderen van 2 tot 3,5 jaar met een vergelijkbaar niveau in grammatica (productie). De kinderen met ESM in dit onderzoek waren kinderen met problemen in de taalproductie. Naast het opzeggen van de telrij, kregen de kinderen een aantal taken die non-verbaal de telvaardigheid meten. De kinderen hoefden bij deze taken geen telwoorden te gebruiken of andere begrippen die een hoeveelheid aanduiden (meer, minder, etc.). De resultaten lieten zien dat de kinderen met ESM beter konden tellen dan de jongere kinderen met een vergelijkbaar niveau op het gebied van grammatica, maar slechter waren dan hun leeftijdgenoten. Het verschil met de leeftijdgenoten was echter kleiner dan het verschil met de jongere kinderen.
Op een taak waar ze voornamelijk gebruik konden maken van visuele informatie en minder genoodzaakt waren om te tellen, verschilden ze niet van hun leeftijdgenoten. Een opvallend resultaat van dit onderzoek is dat de leeftijdgenoten zonder ESM bij de taken spontaan hardop telden, terwijl de jongere kinderen en de kinderen met ESM dat niet deden. Wanneer aan de jongere kinderen nadrukkelijk werd gevraagd om hardop te tellen verbeterden hun prestaties op de taken. Echter, wanneer ditzelfde werd gevraagd aan de kinderen met ESM verslechterden hun prestaties met 50%. Het is onduidelijk hoe de kinderen tot hun antwoorden kwamen zonder te tellen, maar Arvedson concludeert dat we niet alleen moeten werken aan het hardop tellen, maar kinderen met ESM ook de gelegenheid moeten geven om hun non-verbale telvaardigheid en rekenstrategieën te laten ontwikkelen zonder een beroep te doen op hun zwakheden. Bij oudere leerlingen blijkt echter dat ze ook op non-verbale taken lager scoren dan hun leeftijdgenoten (Koponen et al., 2006, zie § 4.2).

2.3.2. Getalbegrip

In Nederland wordt momenteel onderzoek uitgevoerd naar rekenen bij leerlingen met ESM door Tijs Kleemans aan de Radboud Universiteit Nijmegen. Dit onderzoek is in volle gang, maar de eerste resultaten zijn inmiddels bekend. In het eerste deel van dit onderzoek is het getalbegrip van 61 kleuters (groep 2) met ESM vergeleken met het getalbegrip van 111 kleuters (groep 2) uit het reguliere onderwijs. Het getalbegrip van de leerlingen werd gemeten met de Utrechtse Getalbegrip Toets (Van Luijt & van de Rijt, 2009). Naast een vergelijking op getalbegrip werd ook gekeken naar factoren die een rol kunnen spelen bij de ontwikkeling van het getalbegrip, namelijk taalvaardigheid en cognitie. De maten voor taalvaardigheid waren fonologisch bewustzijn en grammaticale vaardigheid. De maten voor cognitie waren non-verbale intelligentie, talig en visueel werkgeheugen en benoemsnelheid. De resultaten van dit onderzoek wezen uit dat de leerlingen met ESM lager scoorden dan de leerlingen uit het reguliere onderwijs op alle taken, behalve op non-verbale intelligentie. Voor de leerlingen met ESM bleken taalvaardigheid en benoemsnelheid de voornaamste voorspellers te zijn voor het getalbegrip.

2.4. Dove en slechthorende leerlingen

Ook bij dove en slechthorende leerlingen is weinig onderzoek gedaan naar ontluikende gecijferdheid en getalbegrip. We bespreken hier de beschikbare onderzoeken.

2.4.1. Tellen

Leybaert en van Cutsem (2002) hebben 21 dove en 28 horende peuters en kleuters getest op hun telvaardigheid. De leeftijd van de dove leerlingen varieerde van 4 tot 6 jaar en die van horende leerlingen van 3 tot 5 jaar. De kinderen moesten een aantal taken uitvoeren: zover mogelijk opzeggen van de telrij, voorwerpen tellen en het creëren van een bepaalde hoeveelheid door het juiste aantal voorwerpen aan de onderzoeker te geven. De dove kinderen voerden de taken uit in gebarentaal. De resultaten lieten zien dat de dove kinderen veel minder ver komen in het opzeggen van de telrij. Gemiddeld konden de oudste leerlingen tot 12 tellen, terwijl het gemiddelde van de oudste horende kinderen op 25 lag. In het opzeggen van de telrij hadden de dove leerlingen een achterstand van twee jaar ten opzichte van de horende leerlingen. De onderzoekers geven aan dat de problemen met tellen te maken kunnen hebben met het gebrek aan mogelijkheden tot incidenteel leren voor deze jonge kinderen doordat ze minder toegang hebben tot de taal die om hen heen gebruikt wordt.

Op de andere twee taken, het tellen van voorwerpen en het aangeven van de juiste hoeveelheid voorwerpen, scoorden de dove kinderen even goed als de horende kinderen. Hun scores hier getuigen van begrip van de één-op-één correspondentie die nodig is voor het synchroon tellen. De onderzoekers concluderen hieruit dat de dove kinderen een goed begrip hebben van de getallen die ze in de telrij kunnen opzeggen, dat wil zeggen dat ze de getallen die ze kennen ook kunnen gebruiken bij een taak waarin ze voorwerpen moeten tellen.

Nunes (2004) beschrijft in haar boek een zelfde bevinding. Zij geeft aan dat dove kinderen zwakker zijn dan horende kinderen in het opzeggen van de telrij, zowel dove kinderen die gesproken taal gebruiken als dove kinderen die gebarentaal gebruiken. Zodra ze de telrij kennen, kunnen dove kinderen er wel flexibel mee omgaan. Ze kunnen bijvoorbeeld beter vragen beantwoorden als ‘Welk getal komt na x?’ en beter terugtellen vanaf een bepaald getal.

2.4.2. Getalbegrip

Kritzer (2009) nam bij 29 dove kinderen van 4 tot 6 jaar een gestandaardiseerde test voor vroege rekenvaardigheid af bedoeld voor kinderen vanaf 3 jaar (Test of Early Mathematics, TEMA-3). Deze test meet het vroege getalbegrip met de volgende taken: tellen, vergelijken van getallen, rekenfeiten, kennis van de cijfersymbolen (lezen en schrijven), rekenen (optellen en aftrekken) en begrip van concepten. Slechts 1 van de leerlingen scoorde boven het gemiddelde, 13 leerlingen scoorden gemiddeld en de rest (15 leerlingen) scoorden onder het gemiddelde. De taken die de meeste problemen gaven waren het vergelijken van getallen, het schrijven van de cijfersymbolen, het lezen van 3-cijferige getallen, basale optel- en aftreksommen en begrip van rekenconcepten (rekentaal). Deze resultaten geven aan dat er al voor kinderen formeel rekenonderwijs krijgen een achterstand is ontstaan in de ontluikende gecijferdheid van dove kinderen. De kinderen in dit onderzoek lagen al ongeveer 7 maanden achter op horende leeftijdgenoten. Kritzer geeft aan dat er in de kleuterjaren al veel aandacht besteed moet worden aan de rekentaal, want als kinderen dan al uitvallen op de rekenconcepten zullen ze die achterstand nooit meer inhalen. Een goede kennis van rekenconcepten is belangrijk voor de verdere ontwikkeling van rekenvaardigheid (Easterbrooks & Stephenson, 2006; Ruijssenaars et al., 2006).

Zarfaty et al. (2004) vergeleken 10 dove en 10 horende 3- tot 4-jarigen in de mate waarin ze konden onthouden en reconstrueren hoeveel voorwerpen ze gezien hebben. Alle dove kinderen in dit onderzoek kregen onderwijs in de gesproken taal, 8 kinderen hadden een CI. De kinderen kregen op een computerscherm een set blokjes te zien en moesten daarna een identieke set maken terwijl de oorspronkelijke set niet meer zichtbaar was. Om deze taak te kunnen volbrengen moeten de kinderen een representatie maken van het aantal dat ze hebben gezien om het daarna zelf te kunnen maken. De blokjes werden in twee condities aan de kinderen aangeboden. In de ene conditie verschenen alle blokjes gelijktijdig op het computerscherm en verdwenen ze ook weer tegelijkertijd. In de andere conditie verschenen de blokjes een voor een (sequentieel) en ieder blokje verdween van het scherm voor het volgende blokje verscheen. Voor zowel dove als horende kinderen is de gelijktijdige conditie makkelijker dan de sequentiële (blokje voor blokje). In de sequentiële conditie scoorden de dove kinderen even goed als de horende kinderen en in de gelijktijdige conditie presteerden ze zelfs beter dan de horende kinderen. De auteurs concluderen dat de jonge dove kinderen in dit onderzoek geen achterstand vertonen ten opzichte van horende leeftijdgenoten op het gebied van vroege getalrepresentatie. Op basis van het verschil tussen het gelijktijdig en sequentieel aanbieden van de blokjes geven ze aan dat het voor het onderwijs aan dove leerlingen zinvol kan zijn om voorwerpen gelijktijdig te presenteren in plaats van na elkaar.

2.5. Onderzoeksresultaten over instructie aan kleuters

Er is helaas geen onderzoek bekend naar de effectiviteit van methoden om dove en slechthorende kleuters of kleuters met ESM de voorbereidende rekenvaardigheden bij te brengen. Wel zijn er wat onderzoeken gedaan naar methoden voor leerlingen in het reguliere onderwijs die relevante informatie bevatten.

Malofeeva (2005) geeft in haar proefschrift een overzicht van de onderzoeken die tussen 1977 en 2004 zijn gedaan naar rekeninstructie aan peuters en kleuters (3 tot 6 jaar). Ze heeft 29 onderzoeken gevonden waarin de effectiviteit van instructie in een experimentele opzet is bekeken. Van deze onderzoeken waren er 12 op kleuters gericht en 17 op peuters. In 9 van de onderzoeken werd een methode van 'guided instruction' gebruikt, in 9 onderzoeken een methode van directe instructie en in 13 onderzoeken een mix van die twee methoden. De methode van 'guided instruction' houdt in dat de instructie leerlinggestuurd is en de leerlingen zelf ontdekken welke strategieën ze moeten toepassen. Centraal staat hierbij ook de interactie tussen leerlingen en tussen leerling en leerkracht. Deze methode komt overeen met het realistisch rekenonderwijs.

De methode van directe instructie is meer leerkrachtgestuurd waarbij de leerkracht instructie geeft over de te gebruiken strategieën door die voor te doen en uit te leggen wanneer en hoe je ze moet inzetten. Dit komt overeen met het meer traditionele rekenonderwijs. Malofeeva vergeleek de effecten van de verschillende onderzoeken en vond dat de methode van guided instruction tot betere resultaten leidde dan de methode van directe instructie, maar dat een combinatie van die twee methoden tot de beste resultaten leidde. Daarnaast wijst ze er op dat in onderzoeken bij leerlingen met leerproblemen (bijv. Kroesbergen & van Luit, 2003) is gevonden dat juist de directe instructie tot betere resultaten leidde.

Young-Loveridge (2004) onderzocht de effectiviteit van een interventie om het getalbegrip van 5-jarigen te verbeteren door gebruik te maken van kinderboeken over cijfers, spelletjes gericht op gecijferdheid en rijmpjes met getallen. De interventie duurde 7 weken waarbij de leerlingen iedere dag 30 minuten in paren van twee een les kregen waarin de leerkracht begon met een rijmpje als introductie, gevolgd door het verhaal. De leerkracht stimuleerde de leerlingen om bij het verhaaltje na te gaan of de hoeveelheden overeen kwamen met het aantal voorwerpen op de plaatjes, te voorspellen welke hoeveelheid er zou volgen en het benoemen van de cijfers in het verhaal. Na het verhaaltje werden twee spelletjes gespeeld, een spel dat de kinderen al kenden en een onbekend spel. Tijdens de spelletjes moesten de leerlingen cijfers of het stippenpatroon van een dobbelsteen aflezen, de stappen tellen die ze mogen zetten, voorwerpen tellen die ze verzameld hebben, etc. Na afloop van de interventie hadden de leerlingen duidelijke vooruitgang geboekt op het gebied van ontluikende gecijferdheid, voornamelijk in de kennis van de volgorde van getallen, patroonherkenning, getalherkenning, verzamelingen maken en het optellen van twee verzamelingen. Volgens Young-Loverdige is het gebruik maken van authentieke materialen, zoals de boeken en spelletjes, een belangrijke factor in de vooruitgang die door de leerlingen geboekt is. Een andere factor was de rol van de leerkracht. De leerlingen werden gestimuleerd om eerst zelf na te denken, maar de leerkracht gebruikte de methodiek van ‘scaffolding’ om de leerlingen iets verder te laten komen dan ze zonder hulp zou lukken (zone van de naaste ontwikkeling, Vygotsky). Hierbij geeft de leerkracht wat tips om iets net wat anders aan te pakken dan de leerling het zelf zou doen. Ook de intensieve begeleiding door het werken in paren heeft waarschijnlijk bijgedragen aan de goede resultaten.

Casey, Andrews, et al. (2008) onderzochten de invloed van instructie in blokken bouwen op het ruimtelijk inzicht van kleuters. Aan hun onderzoek deden 100 kleuters tussen de 5,5 en 6,5 jaar mee. Van deze kleuters kregen 35 kinderen instructie in blokken bouwen in de context van een verhaal, 29 alleen instructie in blokken bouwen en 36 geen extra instructie maar vrij spel met blokken. Bij de instructie aan de kinderen in de eerste groep werd door de leerkracht een verhaal voorgelezen over een draak (een handpop die de leerkracht bij het voorlezen gebruikt) die per ongeluk het kasteel van de koning en koningin omver had gestoten. De draak wil het kasteel weer opbouwen en vraagt daarbij de hulp van de leerlingen in de groep. De kinderen krijgen dan steeds opdrachten voor het bouwen van kasteel volgens de wensen van de koning en de koningin.
De kinderen in de andere instructiegroep (zonder de context van het verhaal) kregen alleen een plaat te zien van een huis met een muur eromheen en een brug over de beek bij het huis. De opdrachten die zij krijgen zijn het bouwen van een muur, een huis, een brug en het hele complex. Deze opdrachten komen overeen met de opdrachten die de kinderen in de andere instructiegroep (met verhaal) kregen.
In alle condities werkten de kinderen 1x per week samen in groepjes van 3 tot 5. De interventie duurde 6 tot 8 weken waarbij de controlegroep dus geen instructie kreeg, maar 1x per week vrij spel met blokken had. De resultaten lieten zien dat de leerlingen die instructie kregen in het blokken bouwen in de context van het verhaal na de instructieperiode beter waren in het blokken bouwen dan de andere leerlingen en dat ze betere vooruitgang hadden geboekt gedurende de instructieperiode.
Daarnaast lieten de resultaten zien dat de twee groepen die instructie hadden gekregen (dus met en zonder verhaal) beter waren in ruimtelijke visualisatie dan de leerlingen die alleen tijdens vrij spel met blokken hadden gebouwd. Dit bleek uit hogere scores op de taak voor ruimtelijke visualisatie (subtest Block design [blokpatronen] van de WISC-IV) waarin leerlingen bouwsels van 2-dimensionale plaatjes moesten nabouwen.

Dit onderzoek laat zien dat het zin heeft om nadrukkelijk aandacht te besteden aan het bouwen van blokken in plaats van leerlingen alleen tijdens ongestructureerde momenten zelfstandig met blokken te laten bouwen. Daarnaast concluderen de auteurs dat het inbedden van het blokken bouwen in een betekenisvolle context door het te koppelen aan een verhaal zinvol is voor het ontwikkelen van het ruimtelijk inzicht.
Ook in een ander onderzoek vonden Casey, Erkut, Ceder en Mercer Young (2008) het belang van de context van een verhaal bij de instructie over deel-geheel relaties.

Van Luit & Schopman (2000) onderzochten het effect van het interventieprogramma 'Als speciale kleuter tel je ook mee' dat ontwikkeld is voor kleuters in het speciaal onderwijs die problemen hebben bij de ontwikkeling van getalbegrip. Bij 62 kleuters tussen 5 en 7 jaar werd gedurende 6 maanden het programma gebruikt en hun prestaties werden vergeleken met 62 kleuters die niet met het programma werkten maar hun normale onderwijs kregen. Al deze leerlingen scoorden laag op een test die het vroege getalbegrip meet.
In het programma 'Als speciale kleuter tel je ook mee' wordt gewerkt aan getalbegrip met de getallen 1 tot 15 door aan te sluiten bij de belevingswereld van de leerlingen. Instructie en oefening worden aangeboden in een betekenisvolle situatie door te werken met thema's. Daarnaast worden gebruikte strategieën nadrukkelijk uitgelegd. Het programma werkt met het turven van hoeveelheden om de 5-structuur aan te leren.
Het gebruik van het programma had een positief effect op getalbegrip. De leerlingen in de experimentele groep (die met het programma gewerkt hadden) scoorden beter op vergelijking, gebruik van telwoorden, synchroon tellen, verkort tellen, resultatief tellen en toepassen van kennis van getallen dan de leerlingen in de controlegroep (die het programma niet aangeboden kregen). Op de subtests hoeveelheden koppelen (classificatie), correspondentie leggen en ordenen van de Utrechtse Getalbegrip Toets werden geen verschillen gevonden tussen de twee groepen.
Via enkele makkelijke opgaven uit de rekentoets voor groep 3 (leerlingvolgsysteem, toetsen 1992) werd gekeken of de vooruitgang van de leerlingen die met het programma gewerkt hadden ook terug te zien was in hun algehele rekenvaardigheid. Helaas werden er op de opgaven uit deze toets geen verschillen gevonden tussen de twee groepen. De leerlingen in de experimentele groep gingen dus wel vooruit in hun getalbegrip, maar het effect van het programma werd niet terug gezien in de toets uit het leerlingvolgsysteem. De auteurs concluderen dat het toepassen van de geleerde strategieën in andere situaties nadrukkelijk aangeleerd moet worden aan deze leerlingen.

2.6. Conclusie

Dit hoofdstuk geeft aan dat in de groepen 1 en 2 voornamelijk het tellen en het getalbegrip aandacht behoeven. Uit de onderzoeken bij leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen blijkt dat in het kunnen opzeggen van de telrij en het getalbegrip vaak een achterstand geconstateerd wordt. Aangezien het tellen een belangrijke voorwaarde is voor het latere rekenen, is het van belang hier voldoende aandacht aan te besteden. Daarnaast moet aandacht worden besteed aan de rekentaal. Kinderen moeten de termen die met betrekking tot rekenen gebruikt worden kennen.
De vroege achterstand op het gebied van getalbegrip pleit ervoor om al vroeg structureel aandacht te besteden aan (de voorlopers van) gecijferdheid. Hoewel er geen onderzoeken gedaan zijn op het gebied van instructie voor leerlingen in het cluster 2 onderwijs, zijn er wel wat aanwijzingen vanuit het reguliere onderwijs. Zo lijkt een combinatie van leerlinggestuurd en leerkrachtgestuurd rekenonderwijs tot de beste resultaten te leiden (zie ook hoofdstuk 1). Het aspect uit het realistische onderwijs (leerlinggestuurd) om het rekenen te koppelen aan een betekenisvolle context lijkt zeker voor kleuters van belang.

2.7. Praktische handreikingen

Algemeen

- Tijdsinvestering: onderstaande tabel geeft een indicatie van de tijdsverdeling per week over de domeinen die in groep 1 en 2 aan bod moeten komen (Leenders, 2009; Kwaliteitskaart Een goede rekenstart voor kleuters, Rekenpilots, 2010).

Tabel 1. Tijdsinvestering voor rekenwiskundeonderwijs in groep 1 en 2 (Uit Leenders, 2009).

Inhoud	*Tijd*
Tellen en getalbegrip	Dagelijks 15-20 minuten
Meten	Wekelijks 2x in spelhoek, betekenisvol 1x per week 10-15 minuten gericht in kring of aan groepstafel
Meetkunde[a]	Wekelijks 2x, 10-15 minuten
Tijd	Wekelijks 3-5x, 15 minuten

[a] De term meetkunde komt overeen met het domein ruimtelijke oriëntatie in de doelen.

- Gelderblom (2010) geeft een aantal aandachtspunten voor een goede rekenstart:
    - meetbare, hoge doelen stellen, ook voor risicoleerlingen
    - vroeg beginnen: niet wachten tot leerlingen ‘er aan toe zijn’
    - structureel aanbod

- vroegtijdig signaleren met de Utrechtse Getalbegrip Toets (UGT, Van Luit et al., 2009). Veel voorkomende kenmerken van risicoleerlingen in groep 1 en 2 zijn (Kwaliteitskaart Een goede rekenstart voor kleuters, Rekenpilots, 2010):
  - de cijfers nog niet kennen
  - kleine hoeveelheden niet in een keer herkennen (subiteren)
  - ondanks een goed aanbod weinig letters kennen
  - ondanks een goed aanbod nog niet tot tien kunnen tellen
  - veel extra ondersteuning nodig hebben
  - niet geïnteresseerd zijn in tellen en telspelletjes
- effectieve interventies in kleine kring: Denk hierbij aan remediërende programma's zoals Als speciale kleuter tel je ook mee (www.graviant.nl). Dit programma is speciaal gericht op de telvaardigheid. Ook de voorschotbenadering kan ingezet worden: deze richt zich op tellen, getalbegrip en benoemsnelheid. De voorschotbenadering houdt in dat er bij leerlingen bij wie de rekenontwikkeling langzaam op gang komt niet gewacht wordt tot ze 'er aan toe zijn', maar dat er actief gehandeld wordt (Kwaliteitskaart Een goede rekenstart voor kleuters, Rekenpilots, 2010).

<u>Wiskundig inzicht en handelen</u>

- Zorg voor voldoende interactie tussen de leerlingen en tussen leerkracht en leerlingen waarbij kinderen de gelegenheid krijgen om zich de rekentaal eigen te maken (Treffers et al., 2009).
- Zorg voor een systematische opbouw bij het aanleren van de koppeling tussen een concrete hoeveelheid en het cijfersymbool (Kleemans et al., in press). Leg eerst in alledaagse situaties expliciet de koppeling tussen de concrete hoeveelheid en het cijfersymbool (het Arabisch getal) en werk dan pas alleen met het cijfersymbool zonder de concrete hoeveelheid.

<u>Getallen en bewerkingen</u>

- TAL-team (Treffers et al., 2009): Jonge kinderen leren rekenen: in deze uitgave worden praktische handreikingen gegeven voor het stimuleren van de ontwikkeling van tellen en getalbegrip. Op de bijbehorende Cd-rom staan videofragmenten met voorbeelden van onderwijsactiviteiten.
  - Zorg voor natuurlijke en betekenisvolle situaties.
  - Aandacht besteden aan tel-, zang- en bewegingsspelletjes om de telrij tot 10 te leren.
  - Aandacht besteden aan het gevarieerd opzeggen van de telrij tot 10.

    - Ruime aandacht besteden aan schat-, tel- en rekenraadsels met concrete objecten voor de ontwikkelingen van het ordenen, vergelijken, schatten en tellen.
- Subiteren: doe spelletjes met de leerlingen om aandacht te besteden aan het overzien van kleine hoeveelheden zonder te tellen (Clements & Sarama, 2009). Denk hierbij aan spelletjes waarbij je een hoeveelheid stippen of andere vormen kort (2 seconden) laat zien en vraag ze om een zelfde hoeveelheid na te tekenen of om het aantal te noemen. Denk er hierbij aan dat je simpele vormen gebruikt en dat er verder niks op de kaartjes staat dat voor afleiding kan zorgen. Begin met makkelijke patronen en maak die geleidelijk aan wat moeilijker. Besteed hierbij ook aandacht aan het herkennen van patronen van aantallen zodat ze dit later kunnen gebruiken als er meer voorwerpen getoond worden.
- Laat kinderen hun vaardigheid tot subiteren inzetten om hoeveelheden verkort te tellen, bijvoorbeeld door verder te tellen vanaf het aantal dat ze in een keer herkend hebben (Buijs, 2009).
- Synchroon tellen: Laat leerlingen die nog moeite hebben met het synchroon tellen de voorwerpen aanwijzen. Vraag de leerlingen langzaam en nauwkeurig te tellen en leer ze dat ze de getelde voorwerpen een stukje opzij kunnen leggen (Clements & Sarama, 2009). Doe dit voor als leerlingen er moeite mee hebben.
- Laat kinderen verschillende strategieën zien voor het systematisch en structurerend tellen: van links naar rechts, van boven naar onder, getelde voorwerpen verplaatsen, de getelde voorwerpen van een kruisje of sticker voorzien, voorwerpen in een herkenbaar patroon leggen om ze te tellen (Buijs, 2009).
- Laat bij activiteiten rondom het tellen de volgende typen vragen aan de orde komen (Buijs, 2009):
    - Hoeveel zijn het er? Wat is een handige manier om daar achter te komen?
    - Waar zijn er meer van? Hoe weet je dat?
    - Hoeveel zouden er zijn als ik er twee weghaal? Hoe kun je daar op een handige manier achterkomen? En als ik er drie bij doe?
    - Hoeveel groepjes van twee kun je maken? En hoeveel groepjes van drie? Hoe weet je dat?

<u>Meten en meetkunde</u>
- Voor de ontwikkeling van de ruimtelijke oriëntatie is het belangrijk dat kinderen zich kunnen bewegen in de ruimte (Clements & Sarama, 2009). Zorg voor opdrachten die ze daadwerkelijk kunnen uitvoeren, in de klas, op school of buiten.

- Voor het herkennen van vormen is het van belang met leerlingen te bespreken wat ze zien in een figuur. Zo leren ze de verschillende vormen kennen en leren ze figuren uit verschillende invalshoeken te bekijken.
- Zorg voor een rijk aanbod aan verschillende vormen en varianten van die vormen, zodat leerlingen een rijk beeld van die vormen kunnen ontwikkelen (Clements & Sarama, 2009).
- Laat leerlingen in aanraking komen met verschillende varianten van vormen, maar ook met varianten die niet bij een bepaalde vorm horen. Leerlingen leren zo wat de specifieke kenmerken van een bepaalde vorm zijn.
- Zorg ervoor dat het meten van lengte/gewicht/inhoud betekenis heeft voor leerlingen. Het meten moet een middel zijn, niet een doel op zich (Clements & Sarama, 2009).
- Sluit aan bij het taalgebruik van leerlingen als ze voorwerpen vergelijken met woorden als ‘langer’, ‘groter’ of even groot’ gebruiken. Ga in op de vergelijking en probeer de woordenschat op dit gebied uit te breiden.

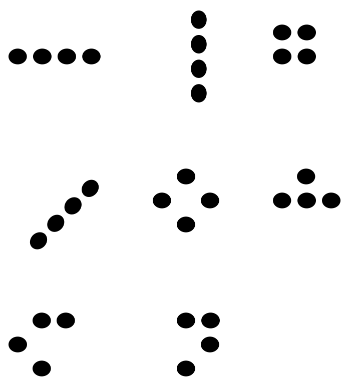
2.7.1. Suggesties voor spelletjes

Clements en Sarama (2009) doen in hun boek over rekenen vele suggesties voor spelletjes om de rekenvaardigheid te bevorderen. We beschrijven hier enkele van die spelletjes die in de klas gedaan kunnen worden.

Getalbegrip

– Flitsspelletje: laat kinderen kort een verzameling van 1 tot 4 voorwerpen zien en vraag ze hoeveel voorwerpen ze zien. Kinderen oefenen zo het direct herkennen van hoeveelheden.

Voorbeeld:



makkelijk

gemiddeld

moeilijk

– Laat iedere leerling een kleur kiezen (allemaal een andere) en geef iedere leerling 5 potloden/stiften in de gekozen kleur. Laat de leerlingen hun potloden/stiften allemaal bij elkaar in een pot doen en wijs een leerling aan die de dief mag spelen en er een potlood/stift uit mag halen zonder dat de andere leerlingen het zien. De andere leerlingen moeten vervolgens de potloden in hun eigen kleur tellen om er achter te komen van welke kleur de dief er een gepakt heeft.

- Memory waarbij leerlingen kaartjes met een stippenpatroon en kaartjes met het cijfersymbool bij elkaar moeten zoeken.
- Tel met de leerlingen tot 10 en laat ze bij ieder getal een beweging maken (kan ook met terugtellen vanaf 10). Leerlingen zitten aan het begin bijvoorbeeld gehurkt en komen steeds een klein stukje omhoog.

<u>Optellen en aftrekken</u>

- Aanvullen: Deze pop heeft 4 ballen, maar moet er 6 hebben. Kun jij er 6 van maken?

<u>Ruimtelijke oriëntatie</u>

- Flitsspelletje: Laat kinderen kort een vorm zien en laat ze uit vier opties dezelfde vorm kiezen.
- Match spelletje: Geef iedere leerling een vorm. Laat vervolgens zelf een vorm zien en vraag de leerlingen wie precies dezelfde vorm heeft.
- Speel ‘ik zie, ik zie wat jij niet ziet’ met voorwerpen uit de klas die bepaalde vormen hebben.

3. Rekenen in de middenbouw

3.1. Doelen in groep 3 en 4

In groep 3 wordt een start gemaakt met het echte rekenen en staat het tellen tot twintig en automatiseren van het rekenen tot tien centraal. In groep 4 wordt hier op voortgeborduurd en moeten kinderen het tellen tot honderd en het rekenen tot twintig verder onder de knie krijgen. Om in groep 3 een goede start met het echte rekenen te maken, is het van belang dat in groep 1/2 het elementair getalbegrip en resultatief tellen goed ontwikkeld zijn (Buijs, 2009).

We noemen hier de belangrijkste tussendoelen die volgens de leerlijn voor cluster 2 in groep 3 en 4 behaald moeten worden. Een volledig overzicht van de doelen is terug te vinden in Bijlagen B en C**.** De doelen die we in dit rapport bespreken zijn de doelen zoals die door de CED groep zijn opgesteld voor het Cluster-2 onderwijs. Bij deze doelen staat in groep 3 het optellen en aftrekken tot 10 centraal en in groep 4 het optellen en aftrekken tot 20.

<u>3.1.1. Doelen groep 3</u>

In groep 3 ligt de nadruk op de volgende doelen (zie Bijlage B voor een volledig overzicht):

- Wiskundig inzicht en handelen: hoeveelheidsbegrippen, verwerkingsbegrippen, symbolen
- Getallen tot 20 en bewerkingen tot 10
- Ruimtelijke oriëntatie: spiegelen en route volgen
- Meten: voorwerpen, inhoud en gewicht vergelijken
- Tijd: chronologische volgorde
- Geld: bedragen tot 10 euro

De Nederlandse literatuur over rekenen is vooral gericht op de domeinen *wiskundig inzicht en handelen* en *getallen en bewerkingen*. Aan het domein *meten en meetkunde* wordt in de literatuur vrij weinig aandacht besteed. Ruijssenaars et al. (2006) benadrukken voor groep 3 het kunnen plaatsen van getallen op de getallenlijn, het begrijpen van de rekentaal en het vervolg van de telontwikkeling. Buijs (2009) geeft aan dat het rekenen binnen een bepaald getalgebied altijd voorafgegaan wordt door getalverkenning binnen dat gebied. Daarbij staan drie soorten oefeningen centraal: oefeningen rond het opzeggen van de telrij, oefeningen rond het tellen en structureren van hoeveelheden en oefeningen rond het op de getallenlijn plaatsen van getallen. Volgens Gelderblom (2010) en het TAL-team (Treffers et al., 2009) is het daarnaast van belang er in groep 3 voor te waken dat er voldoende aandacht wordt besteed aan het automatiseren van de splitsingen en het memoriseren van de optellingen en aftrekkingen tot tien (rekenfeiten).

Het uiteindelijke doel in groep 3 (voor cluster-2) is het geautomatiseerd kunnen optellen en aftrekken tot 10. Om daar te komen, doorlopen leerlingen drie niveaus (Ruijssenaars et al., 2006):

- tellend rekenen: het optellen en aftrekken met ondersteuning van materiaal.
- structurerend rekenen: het optellen en aftrekken aan de hand van de 5-structuur of dobbelsteenstructuur.
- mentaal rekenen: flexibel en zonder hulp van materiaal optellen en aftrekken. De overgang van het structurerend rekenen naar mentaal rekenen verloopt via het werken met concreet materiaal, via het oplossen van een probleem door alleen te kijken naar het materiaal, naar het redenerend rekenen op basis van getalrelaties.

Volgens Gelderblom (2010, p.65) zijn risicoleerlingen aan het begin van groep 3 te herkennen aan de volgende kenmerken:

- uitval op de toets Ordenen of de Utrechtse Getalbegrip Toets (UGT)
- cijfers niet kennen
- weinig letters kennen
- niet tot 20 kunnen tellen
- niet geïnteresseerd in tellen en telspelletjes
- extra jaar gekleuterd
- veel ondersteuning gehad

3.1.2. Doelen groep 4

In groep 4 ligt de nadruk op de volgende doelen (zie Bijlage C voor een volledig overzicht):

- Wiskundig inzicht en handelen: rangtelwoorden
- Getallen tot 100
- Bewerkingen tot 20
- Ruimtelijke oriëntatie: met hulp plattegrond lezen en maken
- Meten: materiaal gebruiken om te meten
- Tijd: klok kijken (hele uren, halve uren en kwartieren)
- Geld: bedragen tot 20 euro

Voor groep 4 leggen Ruijssenaars et al. (2006) de nadruk op het tellen tot 100, het plaatsen van getallen tot 100 op de getallenlijn en het structureren in tientallen en eenheden. Hierbij komen weer de drie soorten oefeningen van Buijs (2009) aan bod:

oefeningen rond het opzeggen van de telrij, oefeningen rond het tellen en structureren van hoeveelheden en oefeningen rond het op de getallenlijn plaatsen van getallen. Aan het eind van groep 4 moeten leerlingen rekenfeiten over sommen tot 10 kunnen oproepen uit het geheugen om die in te zetten bij het optellen en aftrekken tot 20. Ook gaan leerlingen steeds meer gebruik maken van de formele somnotatie. Volgens Gelderblom (2010) is het in groep 4 belangrijk om getallenlijnoefeningen te doen en voldoende aandacht te besteden aan het automatiseren van optellen en aftrekken tot 20. Om tot automatisering van rekenfeiten te komen is veel herhaling nodig. Een manier om dit te bewerkstelligen is het beginnen van iedere rekenles met een korte automatiseringsoefening van 5 tot 10 minuten. Een strategie die leerlingen kan helpen om tot automatisering te komen is de minstrategie (Ruijssenaars et al., 2006). Deze strategie houdt in dat de kleinste van de twee getallen wordt opgeteld bij de grootste. In plaats van 2+7 uit te rekenen, wordt dan 7+2 uitgerekend. Ook het inzetten van reeds geautomatiseerde rekenfeiten, zoals de dubbelen bij een opdracht als 5+4, kan leerlingen helpen om tot automatisering te komen. Voor het gebruik van de minstrategie is voldoende empirisch bewijs gevonden, voor het inzetten van reeds geautomatiseerde rekenfeiten minder (Ruijssenaars et al., 2006).
Naast het optellen en aftrekken wordt in groep 4 ook een begin gemaakt met het vermenigvuldigen en delen. Het doel voor vermenigvuldigen is het kunnen herkennen van een vermenigvuldiging. Ook bij het vermenigvuldigen doorlopen leerlingen de fasen van het tellend vermenigvuldigen (via herhaald optellen), het structurerend vermenigvuldigen (via tussenstappen van een vermenigvuldiging die wel gekend is; vanaf groep 5 voor cluster-2) en het mentaal vermenigvuldigen (automatisering van de tafels; groep 5/6 voor cluster-2).
Het delen komt in groep 4 slechts informeel aan de orde in de context van het verdelen en opdelen.

3.2. Leerlingen met ESM

Voor de leeftijdsgroep in groep 3 en 4 zijn slechts twee onderzoeken bekend over rekenen bij leerlingen met ESM. Hierbij geldt opnieuw dat het om kleine groepen leerlingen gaat, waardoor de resultaten niet zomaar van toepassing zijn op de leerlingen in een willekeurige groep in het cluster-2 onderwijs.
Fazio (1996) is de groep kleuters die ze onderzocht (zie § 2.3) blijven volgen en onderzocht 14 van hen twee jaar later opnieuw toen ze in groep 3 en 4 zaten. Als kleuters hadden deze leerlingen vooral moeite met het opzeggen van de telrij en het synchroon tellen van voorwerpen. Twee jaar later bleken de leerlingen nog steeds moeite te hebben met het opzeggen van de telrij (tot 50). Ook het tellen met sprongen van tien, het terugtellen vanaf 20, het optellen en het oproepen van rekenfeiten leverden

problemen op. Hoewel de leerlingen wel vooruitgang hadden geboekt sinds de kleutergroep, hadden ze nog steeds problemen op het gebied van het oproepen van informatie uit het geheugen, zoals rekenfeiten. Doordat de rekenfeiten niet gememoriseerd zijn, vallen de leerlingen bij het optellen terug op een telstrategie in plaats van het oproepen van de rekenfeiten. Net als in haar eerdere onderzoek bij deze groep leerlingen concludeert Fazio dat hun problemen vooral liggen bij de opslag van (fonologische) informatie in het geheugen en het weer oproepen ervan.

Donlan en Gourlay (1999) onderzochten 13 leerlingen met ESM in groep 4 en vergeleken ze met 13 leeftijdgenoten en 13 jongere leerlingen (groep 2) met een vergelijkbaar taalniveau. De leerlingen met ESM hadden zowel productieve als receptieve taalproblemen. Donlan en Gourlay richtten zich in het onderzoek op het vergelijken van getallen en op de kennis van de cijfersymbolen. Hiervoor namen ze de volgende taken af:

- vergelijken van eencijferige getallen (single digit): welke is groter?
- vergelijken van tweecijferige getallen (double digit): welke is groter?
- koppelen van gesproken getal aan geschreven getal: het gesproken getal wordt genoemd en de leerling moet het geschreven getal aanwijzen. Dit werd voor eencijferige getallen en voor tweecijferige getallen gedaan.

Op de eencijferige getallen werden geen verschillen gevonden tussen de groepen, maar op de tweecijferige getallen scoorden de leerlingen met ESM lager dan hun leeftijdgenoten (de jongere leerlingen hebben deze taak niet gemaakt). In het onderzoek hebben leerkrachten ook aangegeven wat de leerlingen in het onderwijs aan rekenaanbod hadden gekregen en daarin bleken de groepen van elkaar te verschillen. Een deel van de leerlingen met ESM had geen ervaring met tweecijferige getallen, omdat dit in het onderwijs nog niet aan de orde was geweest. Wanneer hier rekening mee gehouden werd verdwenen de verschillen tussen de leerlingen met ESM en hun leeftijdgenoten. Wanneer de leerlingen dus eenzelfde aanbod hadden gekregen verschilden ze niet van elkaar op de taken. De leerlingen bij wie in het onderwijs nog geen aandacht was besteed aan tweecijferige getallen scoorden lager dan de leeftijdgenoten en dan de leerlingen met ESM bij wie hier wel aandacht aan was besteed.

3.3. Dove en slechthorende leerlingen

Bij dove/slechthorende leerlingen is wat meer onderzoek gedaan naar rekenvaardigheid dan bij leerlingen met ESM. Zo heeft Nunes (2004) in haar boek een aantal onderzoeken besproken die betrekking hebben op dove en slechthorende leerlingen in Engeland en Amerika.

3.3.1. Getallen en bewerkingen

Nunes (2004) bespreekt onder andere onderzoeken waarin gekeken is naar het begrip van eenheden bij dove en horende leerlingen. Hiervoor werd de zogenaamde Winkeltaak (Shop task) gebruikt waarbij leerlingen namaakmunten krijgen om snoep te kopen dat uitgestald ligt. De munten hebben bepaalde kleuren die een eenheid voorstellen, bijvoorbeeld geel voor 1 cent en blauw voor 5 cent. De onderzoeker vraagt de leerling om vijf munten van 1 cent voor zich te leggen en legt er dan vijf munten van 5 cent naast. Vervolgens zegt hij tegen de leerling ‘Stel je voor dat jij deze rij munten hebt [onderzoeker wijst een rij aan] en je vriendje heeft deze rij munten [onderzoeker wijst de andere rij aan]. Als jullie naar de winkel gaan om snoep te kopen, wie van jullie kan dan de meeste snoepjes kopen?’ Als de leerling het verschil tussen de eenheden begrijpt, moet hij in staat zijn om aan te geven dat degene met de rij met munten van 5 meer snoep kan kopen. Onderzoek heeft uitgewezen dat 60% van horende vijfjarigen deze taak goed maakt en dat in groep 3 en 4 alle leerlingen deze taak goed maken (Moreno, 2000, in Nunes, 2004; Nunes & Bryant, 1996, in Nunes, 2004). In het onderzoek van Nunes en Moreno (1998, in Nunes, 2004) blijken dove/slechthorende kinderen meer moeite te hebben met deze taak: van de 15 kinderen in groep 3 presteerde 80% van de leerlingen goed op deze taak in tegenstelling tot 100% bij horende leerlingen. In groep 4 scoorde zelfs maar 67% van de 15 dove/slechthorende kinderen goed op deze taak. Deze leerlingen kregen oraal onderwijs of onderwijs in totale communicatie. Leerlingen die onderwijs kregen in gebarentaal (in dit geval British Sign Language) scoorden beter (100% correct in groep 3 en 75% correct in groep 4), maar dat betrof slechts 4 leerlingen in iedere groep.

In dezelfde onderzoeken werd gemeten in hoeverre de leerlingen begrip hadden van het samenstellen van een hoeveelheid aan de hand van de munten. Behalve snoep werden er nog andere voorwerpen neergelegd en de leerlingen kregen verschillende combinaties van munten om dingen te kopen. De kinderen kregen een van de volgende vier combinaties van munten:

- alleen munten van 1 cent
- een munt van 5 cent en vier munten van 1 cent
- een munt van 10 cent en negen munten van 1 cent
- een munt van 20 cent en negen munten van 1 cent

Als leerlingen bijvoorbeeld een munt van 5 cent en vier munten van 1 cent krijgen en ze moeten een bedrag van 7 cent betalen, moeten ze begrijpen dat ze hiervoor 5+2 kunnen gebruiken. De resultaten lieten zien dat horende en dove/slechthorende leerlingen die onvoldoende begrip van eenheden hebben (die dus de eerste taak, zie hierboven, niet konden maken), ook moeite hebben met deze taak waarin ze de eenheden moeten samenstellen tot een bepaalde hoeveelheid. Verder bleek dat de horende leerlingen weinig moeite hadden met deze tweede taak, maar dat het voor de dove/slechthorende leerlingen vaak tot problemen leidde. In groep 3 en 4 kon de helft van de dove/slechthorende leerlingen geen enkele opdracht in deze taak oplossen en slechts 25% kon alle opdrachten oplossen. In groep 5 en 6 konden meer leerlingen alle opdrachten oplossen (60 en 70%).

Nunes et al. (2008) onderzochten het begrip van de omgekeerde evenredigheid tussen optellen en aftrekken. Hier gaat het erom dat leerlingen begrijpen dat de uitkomst van a+b-b weer a is omdat +b en –b elkaar opheffen. Aan dit onderzoek deden 23 dove/slechthorende en 130 horende leerlingen uit groep 3 mee. De leerlingen kregen sommen in twee condities:

- Bij drie sommen kregen de leerlingen een hoeveelheid blokken te zien die ze moesten tellen. Nadat ze het geteld hadden werd een deel van de blokken afgedekt zodat de leerlingen alleen konden zien hoeveel blokken erbij gelegd werden en niet in staat waren om het totaal aantal blokken te tellen (door te voorkomen dat de leerlingen de blokken konden tellen, konden de onderzoekers achterhalen of kinderen konden beredeneren wat het juiste antwoord was op basis van de omgekeerde evenredigheid tussen optellen en aftrekken). De onderzoeker voegde vervolgens een aantal blokken aan de ene kant van rij toe en haalde dezelfde hoeveelheid van de andere kant af. De sommen die de leerlingen in deze conditie maakten waren 7+5-5, 9+4-4 en 6+5-5.
- Bij de drie andere sommen vertelde de onderzoeker een verhaaltje over voorwerpen die in een doos waren gestopt en liet de leerling een plaatje van de doos zien waarop ook het getal voor het aantal voorwerpen in de doos stond. Dan vertelde de onderzoeker dat iemand er een aantal voorwerpen bij deed en iemand er vervolgens weer (hetzelfde) aantal uithaalde. De leerlingen moesten aangeven hoeveel voorwerpen er uiteindelijk in de doos zaten. De sommen die ze in deze conditie maakten waren 8+6-6, 9+5-5 en 7+4-4.

De dove/slechthorende leerlingen scoorden lager dan de horende leerlingen op deze sommen terwijl de horende leerlingen wat jonger waren. Er was geen verschil tussen de twee condities waarin de sommen zijn aangeboden. De dove leerlingen hadden dus een achterstand in het begrip van de omgekeerde evenredigheid tussen optellen en aftrekken, terwijl dit begrip belangrijk is voor de verdere rekenontwikkeling, bijvoorbeeld voor het begrip van de omgekeerde evenredigheid tussen vermenigvuldigen en delen.

3.3.2. Verhaalsommen

Nunes bespreekt in haar boek ook een aantal onderzoeken waarin de vaardigheid van dove/slechthorende leerlingen in het oplossen van drie soorten verhaalsommen is bekeken: *change problems* (veranderingsopgaven), *combine problems* (combinatieopgaven) en *compare problems* (vergelijkingsopgaven). In een veranderingsopgave is er een beginhoeveelheid, dan gebeurt er iets waardoor de hoeveelheid wijzigt resulterend in de eindhoeveelheid (2 snoepjes, 6 snoepjes erbij). Een combinatieopgave lijkt op een veranderingsopgave, maar in plaats van dat er een bepaalde hoeveelheid verandert wordt er een combinatie gemaakt van twee statische hoeveelheden, bijv. 2 vissen en 3 katten. In een vergelijkingsopgave worden twee hoeveelheden met elkaar vergelijken, bijv. Maaike heeft 2 boeken, Sofie heeft 7 boeken. Hoeveel boeken heeft Sofie meer dan Maaike? Volgens Nunes zijn de vergelijkingsopgaven het moeilijkst voor dove leerlingen en de combinatieopgaven het makkelijkst.

In 1999 deden Frostad en Ahlberg in Noorwegen al een onderzoek naar het begrip van veranderingsopgaven bij 32 dove/slechthorende leerlingen in groep 3 t/m 6. Deze leerlingen kregen opgaven voorgelegd zonder dat er tekst bij werd gebruikt. De verandering werd weergegeven door een plaatje dat bij iedere opgave hetzelfde was. Een bakker had een aantal broodjes, een dief haalde er een aantal weg en er bleven er een aantal over. In de sommen die de leerlingen moesten maken was een van deze aantallen onbekend, het aantal broodjes aan het begin (bijv. ?-6=9), het aantal broodjes dat wordt gestolen (bijv. 14-?=6) of het aantal broodjes dat over was (bijv. 12-4=?). De sommen waarbij het aantal broodjes dat de bakker aan het begin had onbekend was, waren het moeilijkst voor de dove/slechthorende leerlingen. Aan het onderzoek deden leerlingen in groep 3 t/m 6 mee en opvallend was dat de oudere leerlingen niet beter presteerden dan de jongere leerlingen. Uit de resultaten bleek verder dat de dove/slechthorende leerlingen voornamelijk een strategie toepasten waarbij ze op de getallen uit de som een willekeurige operatie toepasten die bij de twee makkelijkste opgaven vaak tot een correct antwoord leidde, maar bij de moeilijkste opgave niet. Frostad en Ahlberg concluderen dat de dove leerlingen te weinig begrip hebben van de betekenis van de situatie in de som en dat hier in het onderwijs aandacht aan besteed moet worden. Daarnaast geven Frostad en Ahlberg aan dat dove/slechthorende leerlingen niet alleen problemen hebben met deze sommen als ze in geschreven taal worden aangeboden, maar ook als ze door middel van plaatjes worden weergegeven.

In haar promotieonderzoek bekeek Moreno (2000, in Nunes, 2004) in hoeverre 32 achtjarige dove en slechthorende Engelse leerlingen veranderingsopgaven konden oplossen. Er is in dit onderzoek geen vergelijking gemaakt tussen de dove en slechthorende leerlingen. Wel werd de totale groep leerlingen vergeleken met een groep horende leerlingen. De leerlingen kregen in dit onderzoek acht verhaalopdrachten (in gesproken taal of gebarentaal) waarna ze twee plaatjes te zien kregen en moesten aangeven welk plaatje de beginsituatie van een verhaaltje weergaf en welk plaatje de eindsituatie. Bijvoorbeeld: Een jongen heeft wat speelgoed. Van zijn vader krijgt hij er nog wat speelgoed bij. Het ene plaatje laat een jongen zien met 2 voorwerpen en op het andere plaatje heeft hij 6 voorwerpen. De leerlingen moesten het verhaaltje herhalen en dan aangeven welk plaatje het begin en welk plaatje het eind is. Soortgelijke opdrachten werden gegeven waarbij de hoeveelheid afnam in plaats van toenam. Op deze manier werd gemeten of leerlingen konden beredeneren welke verandering er is opgetreden. De leerlingen hoefden echter niet te rekenen. De resultaten lieten zien dat de dove en slechthorende leerlingen lager scoorden dan de horende leerlingen. Gemiddeld deden ze slechts 3 van de 8 opdrachten correct. Dit lijkt er op te wijzen dat sommen die een beroep doen op het geheugen (het onthouden van de stappen in het verhaaltje) lastig zijn voor dove/slechthorende leerlingen.

Hyde, Zevenbergen en Power (2003) hebben deze drie soorten opgaven onderzocht in dove/slechthorende leerlingen in het basisonderwijs en voortgezet onderwijs. Aan dit onderzoek deden 77 dove/slechthorende leerlingen mee van groep 3 tot en met het voortgezet onderwijs (grade 1 tot 12 in Amerika). Zij kregen 6 veranderingsopgaven, 2 combinatieopgaven en 6 vergelijkingsopgaven en hun scores werden vergeleken met die van een groep horende leerlingen uit een ander Australisch onderzoek. De veranderingsopgaven werden door de leerlingen in groep 3 en 4 (3 leerlingen in groep 3 en 6 leerlingen in groep 4) het beste gemaakt, terwijl de vergelijkingsopgaven het moeilijkst waren. De leerlingen in groep 3 maakten geen enkele van de vergelijkingsopgaven goed en van de leerlingen in groep 4 maken slechts enkele leerlingen 3 van de 6 opgaven correct. Bij de horende leerlingen varieert het percentage leerlingen dat de vragen goed beantwoordt in groep 3 van 17% tot 59% en in groep 4 van 42% tot 66%. Volgens Nunes (2004) zouden de combinatieopgaven voor dove leerlingen het makkelijkst zijn, omdat de leerlingen dan niet moeten onthouden wat er veranderd is. Voor horende leerlingen blijken juist veranderingsopgaven makkelijker te zijn (Ansell & Pagliaro, 2006). Ook in het onderzoek van Hyde et al. (2003) werden de veranderingsopgaven het beste gemaakt. Echter, zij hebben slechts 2 combinatieopgaven gebruikt en een van die opgaven werd door 67% van de leerlingen in groep 3 en door 83% van de leerlingen in groep 4 correct gemaakt. Dit week niet enorm veel af van de horende leerlingen waar respectievelijk 79% en 91% van de leerlingen in groep 3 en 4 de opgave goed gemaakt heeft. Deze opgave luidde als volgt: ‘David heeft 2 honden en Job heeft 4 honden. Hoeveel honden hebben ze samen?’. De andere opgave was ‘Heleen heeft 3 touwtjes, Lynn heeft ook wat touwtjes. Samen hebben ze 7 touwtjes. Hoeveel touwtjes heeft Lynn?’. Deze opgave werd door geen enkele leerling in groep 3 of 4 correct gemaakt, terwijl die door 45% van de horende leerlingen in groep 3 en 63% van de horende leerlingen in groep 4 goed werd gemaakt. Hyde et al. geven aan dat de dove/slechthorende leerlingen moeite hadden met de taal in de verhaalsommen en de betekenis van kernwoorden vaak overgeneraliseren. Ze liepen vast bij woorden als meer,

minder, enkele en twee keer zoveel en gaan er bijvoorbeeld bij het zien van ‘meer’ automatisch van uit dat ze een optelsom moeten maken. De makkelijkste opgaven zijn die waar ‘meer’ en ‘minder’ daadwerkelijk corresponderen met een optel- dan wel aftreksom (Nunes, 2004).
De dove/slechthorende leerlingen lijken op basis van dit onderzoek een achterstand te hebben in het oplossen van verhaalsommen. Naarmate ze ouder worden, gaan ze een deel van de opgaven beter oplossen. Andere opgaven blijven echter voor problemen zorgen (zie verder hoofdstuk 4).

Ansell en Pagliaro (2006) onderzochten het oplossen van verhaalsommen bij 59 dove/slechthorende leerlingen in groep 2 tot en met 5. De leerlingen kregen 6 verhaalsommen aangeboden in gebarentaal (American Sign Language) en konden het verhaal zo vaak bekijken als ze wilden. Tijdens het oplossen werd vastgelegd welke strategie de leerlingen gebruikten om de som op te lossen en of de strategie die ze gebruikten de geschikte strategie voor het probleem was. De drie mogelijke strategieën waren:

- ‘Direct modeling’: hierbij volgt de leerling precies de stappen uit verhaaltje met behulp van materiaal of vingers om de voorwerpen in de som te representeren.
- Telstrategie: doortellen of terugtellen om tot het juiste antwoord te komen en bijhouden hoeveel er bij geteld of terug geteld is. Wanneer leerlingen hier materiaal bij gebruiken, is dat meer als abstracte tekens om bij te houden hoeveel ze erbij of eraf geteld hebben.
- Gebruik van rekenfeiten: dit is de meest abstracte vorm waarbij leerlingen gebruik maken van rekenfeiten die ze gememoriseerd hebben.

In de meeste gevallen, 68%, gebruikten de leerlingen een telstrategie om de sommen op te lossen. De strategie van het volgen van de stappen in het verhaal werd bij 21% van de sommen ingezet en het gebruik van rekenfeiten werd het minst ingezet, bij 11% van de sommen. Voor de makkelijkste opgaven leek de telstrategie het meest betrouwbaar, maar voor de wat moeilijkere sommen was het volgen van de stappen in het verhaal effectiever. Ongeveer de helft van de leerlingen gebruikte bij minimaal de helft van de sommen een geschikte strategie. De betere leerlingen (leerlingen die vaker een geschikte strategie gebruikten) konden makkelijker switchen van een telstrategie naar de ‘modeling’ strategie als ze een moeilijkere som moesten maken. Hoewel bij horende leerlingen verhaalsommen die verandering bevatten makkelijker zijn dan sommen die een combinatie of vergelijking bevatten, blijkt voor de dove/slechthorende leerlingen in dit onderzoek de soort operatie meer bepalend te zijn. Wanneer een optelsom nodig was om tot de oplossing te komen scoorden de dove/slechthorende leerlingen beter dan wanneer het een aftreksom betrof. Op basis van de zwakke resultaten van de dove/slechthorende leerlingen in hun onderzoek concluderen Ansell en Pagliaro dat het aanbieden van de sommen in gebarentaal geen meerwaarde had. Hoewel het inderdaad niet de volledige oplossing lijkt te zijn, is op basis van dit onderzoek niet te achterhalen of de leerlingen hetzelfde gepresteerd zouden hebben als de sommen geschreven waren aangeboden.

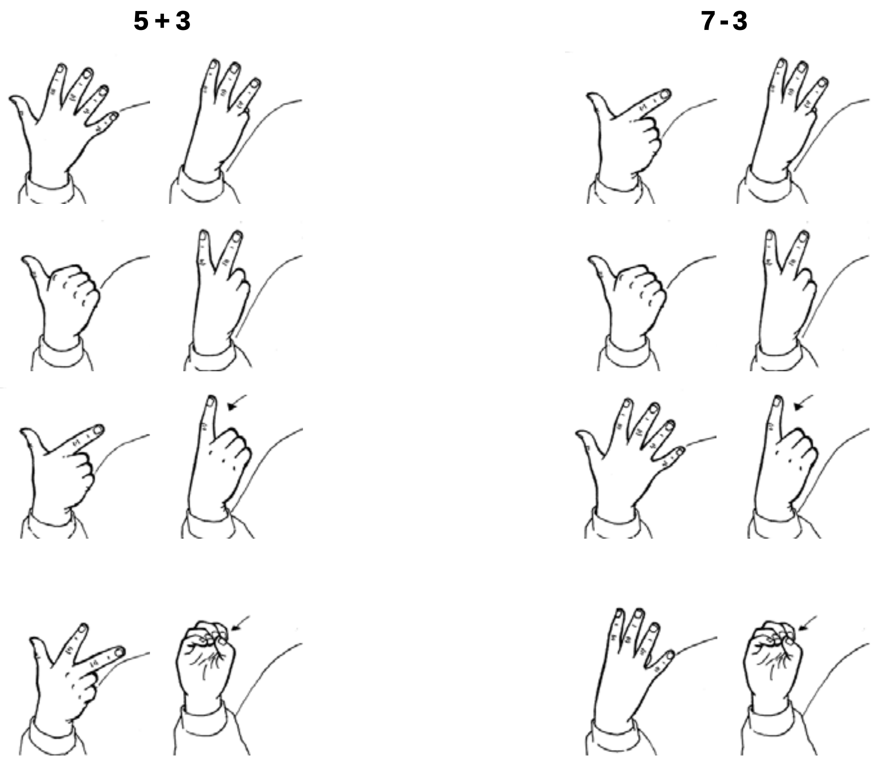
3.4. Onderzoek naar rekeninstructie in groep 3 en 4

Naar rekeninstructie aan leerlingen met ESM in de groepen 3 en 4 is helaas geen onderzoek gedaan. Voor dove/slechthorende leerlingen zijn wel enkele onderzoeken gedaan die we hier zullen bespreken.

3.4.1. Bewerkingen

Nunes en Moreno (1998b, zie ook Nunes, 2004) beschrijven een telmethode die ze dove leerlingen in Engeland spontaan hebben zien gebruiken, ‘het gebarenalgoritme’ (the signed algorithm). Bij deze methode lossen kinderen optel- en aftreksommen op door op iedere hand een van de getallen uit de som te gebaren. Bij de optelsom 5+3 bijvoorbeeld maken ze met de ene hand het gebaar voor 5 en met de andere hand het gebaar voor 3. Om de som op te lossen wordt op de hand met het gebaar 5 verder geteld terwijl tegelijkertijd op de andere hand (met het gebaar 3) wordt teruggeteld. De som is opgelost als de hand waarop wordt teruggeteld bij 0 eindigt. De andere hand geeft dan de oplossing, in dit geval het gebaar voor 8 (zie Figuur 4).
Bij een aftreksom gebaren beide handen de twee getallen uit de som en beide verminderen steeds met 1 (terugtellen) tot de hand met het getal dat eraf moest bij 0 eindigt. De andere hand geeft dan de oplossing. Zie Figuur 4 voor een voorbeeld van de som 7-3.
Nunes en Moreno beschrijven een training waarbij 6 Engelse dove kinderen tussen 6 en 8 jaar (groep 3) deze telmethode aangeleerd kregen. De resultaten lieten zien dat de leerlingen wat moeite hadden met het leren van deze methode, maar wel beter werden in optellen en aftrekken zodra ze de methode onder de knie hadden. Er waren drie problemen waar de leerlingen tegenaan liepen bij het leren van deze methode. Ten eerste moesten de leerlingen begrijpen dat de vingers geen objecten representeerden maar gebaren voor getallen. Je kunt in deze methode niet zomaar een vinger weghalen of toevoegen, maar je moet de conventie van de gebaren volgen. Doe je dit niet, dan kom je op een verkeerd antwoord. Een tweede probleem was dat de leerlingen tijd nodig hadden om experts te worden in het terugtellen in gebarentaal, voornamelijk als ze daarbij over de tien of vijf heen moesten (de cijfergebaren in British Sign Language lijken veel op die van de NGT). Ten derde moesten de leerlingen consequent zijn in welke hand ze waarvoor gebruikten. De leerlingen vergaten soms op welke hand ze naar de

oplossing toewerkten en wisselden dan per ongeluk waardoor ze tot een verkeerd antwoord kwamen.



Figuur 4. Voorbeeld van het gebarenalgoritme voor de sommen 5+3 en 7-3.

Hoewel de leerlingen die deze telmethode aangeleerd kregen optel- en aftreksommen beter oplosten dan kinderen die de methode niet aangeleerd kregen (Nunes, 2004), is er helaas geen onderzoek gedaan naar de invloed van deze methode op de rekenontwikkeling van dove/slechthorende leerlingen. Nunes en Moreno vinden het echter de moeite waard om deze methode verder te onderzoeken, omdat het een methode is die de leerlingen zelf spontaan inzetten en die hen dus blijkbaar helpt bij het rekenen.

Nunes et al. (2009) onderzochten bij 27 dove/slechthorende en 33 horende leerlingen in groep 3 en 4 (gemiddelde leeftijd = 6,5 jaar) het effect van een interventie voor vermenigvuldigen en delen. De helft van de leerlingen kreeg een training, de andere helft niet. De interventie bestond uit een individuele training van twee keer 20-25 minuten waarin de leerlingen vijf keersommen en vijf deelsommen moesten maken. Hierbij werd hen een strategie aangeleerd waarbij ze een visuele representatie van de situatie moesten maken aan de hand van uitgeknipte voorwerpen en blokjes.
Bijvoorbeeld: 3 vrachtwagens brengen tafels naar school. Iedere vrachtwagen brengt 4 tafels. Hoeveel tafels brengen ze in totaal naar school?

Bij deze som kregen de leerlingen uitgeknipte vrachtwagens en blokjes en werd ze gevraagd om met die voorwerpen de situatie uit de som weer te geven.
De resultaten lieten zien dat de dove/slechthorende en horende leerlingen die deze training hadden gekregen na afloop van de training beter scoorden op dit soort sommen dan de leerlingen die de training niet hadden gekregen. Bij de dove/slechthorende leerlingen was het effect twee weken na de training helaas niet meer zichtbaar, maar dit zou volgens de auteurs te maken kunnen hebben met de beperkte duur van de training (slechts twee sessies). De auteurs concluderen dat het in het rekenonderwijs aan dove leerlingen zinvol is om ze via visuele representaties de correspondentie tussen de getallen in vermenigvuldigingen en deelsommen te leren ontdekken. Ze pleiten voor een langere training zoals die hier is gegeven om ervoor te zorgen dat het geleerde beklijft.
Een vergelijkbaar resultaat wordt door Nunes (2004) beschreven in haar boek. Daar beschrijft ze onderzoek (zie ook Nunes & Moreno, 1998a) waarbij leerlingen (in groep 3 t/m 6) sommen mochten oplossen met behulp van uitgeknipte voorwerpen (die daadwerkelijk de voorwerpen uit de som voorstelden) of met behulp van blokjes. Alle leerlingen presteerden beter als ze de uitgeknipte voorwerpen gebruikten. Het gebruik van uitgeknipte voorwerpen leidde ook tot betere resultaten dan het gebruik van het gebarenalgoritme dat hierboven beschreven is (Nunes, 2004). Volgens Nunes kunnen de leerlingen zich door het gebruik van duidelijke representaties een betere voorstelling maken van de situatie in sommen wat hen lijkt te helpen bij het oplossen ervan.

3.4.2. Onderwijsaanbod

Pagliaro en Ansell (2002) besteedden aandacht aan het onderwijsaanbod dat dove/slechthorende leerlingen krijgen op het gebied van rekenen. Uit een enquête bij 36 leerkrachten in groep 1 tot 5 bleek dat dove/slechthorende leerlingen een beperkt aanbod van verhaalsommen krijgen. Leerkrachten bieden ze pas aan als ze het vertrouwen hebben dat leerlingen over de nodige leesvaardigheid en basisrekenvaardigheden beschikken om ze te kunnen oplossen. Het gevolg kan zijn dat dove/slechthorende leerlingen niet vroeg genoeg en niet vaak genoeg geconfronteerd worden met verhaalsommen. Leerkrachten zouden niet moeten wachten tot leerlingen de basisrekenvaardigheden onder de knie hebben voor ze verhaalsommen aanbieden, maar juist de verhaalsommen gebruiken om die basisvaardigheden te ontwikkelen. Daarnaast wijzen Pagliaro en Ansell er op dat het frequent aanbieden van verschillende soorten verhaalsommen nodig is om leerlingen de kans te geven om modellen te ontwikkelen voor het oplossen van deze problemen.

3.5. Conclusie

Het hoofddoel in de middenbouw is dat leerlingen aan het eind van groep 4 tot 100 kunnen tellen en het optellen en aftrekken tot 20 (zonder tientaloverschrijding) onder de knie hebben.
Leerlingen met ESM hebben moeite met het opzeggen van de telrij, het tellen en het automatiseren van rekenfeiten. Van dove/slechthorende leerlingen in deze leeftijdscategorie is bekend dat ze moeite hebben met het representeren van hoeveelheden en met het oplossen van verhaalsommen. Bij het oplossen van verhaalsommen spelen problemen met de taal en het overgeneraliseren van kernwoorden (bij 'meer' altijd optellen) en het gebrek aan automatisering van rekenfeiten.
In onderzoeken bij zowel leerlingen met ESM als dove/slechthorende leerlingen wordt er op gewezen dat rekenproblemen bij de leerlingen wellicht samenhangen met het feit dat bepaalde informatie in het onderwijs (nog) niet aan bod is geweest. Hierom is het belangrijk om de doelen van het rekenonderwijs goed voor ogen te houden en te zorgen voor een adequaat aanbod voor de leerlingen.
Onderzoek naar rekeninstructie bij dove/slechthorende leerlingen legt de nadruk op visuele representatie van de situatie en/of het gebruik van concrete voorbeelden.

3.6. Praktische handreikingen

<u>Algemeen</u>

- Laat leerlingen geen oefeningen tot automatisering doen zonder dat ze begrijpen wat ze doen. Het memoriseren van feiten heeft geen zin als je niet begrijpt wat je doet (Clements & Sarama, 2009). Leer altijd eerst een strategie aan in een betekenisvolle situatie en laat de leerlingen daarna pas oefenen. Niet alleen het oplossen van de sommen moet automatisch verlopen, ook het toepassen van de strategieën moet vloeiend gaan.

<u>Wiskundig inzicht en handelen</u>

- Laat leerlingen zelf verhalen bedenken bij de sommen om de koppeling te maken tussen het verhaal en de rekentaal. De som kan dan met concreet materiaal uitgerekend worden (Kwaliteitskaart Groep 3: Rekenen t/m 10 en Groep 3/4: Rekenen tot 20, Rekenpilots). Dit is van belang om te begrijpen wat optellen en aftrekken eigenlijk is.
- Zorg er bij het gebruik van plaatjes voor dat deze relevante informatie bevatten. Plaatjes die alleen decoratief zijn, maar niet ondersteunen bij het oplossen van een som zijn afleidend (Clements & Sarama, 2009). Let hier ook op in de methode, zodat je weet wanneer je de aandacht op de plaatjes moet vestigen en wanneer niet.

Getallen en bewerkingen

- Bij het leren van de telrij tot 100 is het zinvol om eerst de telrij van de tienen in te prenten en dan pas de totale getallenrij tot 100 te oefenen (Treffers et al., 2009).
- Koppel het opzeggen en noteren van de telrij aan elkaar (Treffers et al., 2009).
- Start elke les met een korte automatiseringsoefening van 5 tot 10 minuten (Buijs, 2009; Kwaliteitskaart Inoefenen Rekenen, Rekenpilots). Zorg dat er tempo in de oefening zit, zorg dat alle leerlingen betrokken zijn, geef feedback en zorg voor opbouw in de oefening van eenvoudig naar moeilijk.
- Volgens het TAL-team (Treffers et al., 2009) moet er naast het gerichte oefenen met als doel het automatiseren en memoriseren aandacht zijn voor het productieve oefenen. Hierbij gaat het om het probleemgericht oefenen. Leerlingen bedenken hier bijvoorbeeld zelf sommen bij een verhaal of ze bedenken sommen die allemaal dezelfde uitkomst hebben. Bij dit soort oefeningen kunnen alle leerlingen op hun eigen niveau mee doen.
- Besteed bij het rekenen tot 10 voldoende aandacht aan het splitsen. Voor zwakke rekenaars is het vaak moeilijk om het splitsen te verbinden met de context en om de transfer naar andere contexten te maken. Laat deze leerlingen zelf splitsverhalen bedenken en oefen daarna met het uitrekenen van die splitsingen (Kwaliteitskaart Groep 3: Rekenen t/m 10, Rekenpilots).
- Maak leerlingen ervan bewust dat wat ze al weten over getallen en getalbeelden gemakkelijk ingezet kan worden bij het leren optellen en aftrekken over de 10 (Buijs, 2009). Maak leerlingen bijvoorbeeld bewust van het feit dat ze de (bijna) dubbelen en de vriendjes van 10 al kennen.
- Beperk het aantal strategieën tot maximaal drie efficiënte aanpakken, bijvoorbeeld het aanvullen tot 10, het leegmaken tot 10 of het gebruik maken van de vijfstructuur op het rekenrek.
- Laat het optellen en aftrekken over de 10 niet tegelijkertijd verkennen, maar introduceer het aftrekken als de leerlingen het optellen al aardig onder de knie hebben (Buijs, 2009).
- Gebruik bij het rekenen tot 20 met tientaloverschrijding het ‘rekenen via de 10’ als basisstrategie. Hiervoor is het van belang dat het splitsen geautomatiseerd is en de vriendjes van 10 gekend zijn.

  Andere strategieën zijn (bijna) dubbelen, halveren en aanvullen, maar leer het rekenen via de 10 als basisstrategie aan (Kwaliteitskaart Groep 3/4: Rekenen tot 20, Rekenpilots).
- Als de leerlingen opgaven goed kunnen oplossen met het rekenrek is het van belang aandacht te besteden aan de overgang naar het werken zonder het rekenrek. Hierbij

is het verwoorden van de aanpak van belang (Buijs, 2009). De leerkracht doet dit verwoorden regelmatig voor.

Bij het werken met het rekenrek zijn de volgende fasen van belang (Kwaliteitskaart Groep 3: Rekenen t/m 10 en Groep 3/4: Rekenen tot 20, Rekenpilots):

- o getalbeelden inoefenen: opzetten van getallen, aflezen van getallen en het inslijpen van getalbeelden met flitskaarten
- o optellen en aftrekken met het rekenrek
- o doen: handelen op het rekenrek
- o kijken: kijken naar het rekenrek
- o voorstellen: denken aan het rekenrek

- Biedt zwakke rekenaars extra instructietijd door verlengde instructie. Maak bij deze leerlingen goed gebruik van modellen zoals het rekenrek, de kralenketting of eierdozen.

Meten en meetkunde

- Zorg ervoor dat de verschillende domeinen niet naast elkaar verlopen, maar dat er een koppeling is tussen bijvoorbeeld het rekenen (getallen en bewerkingen) en het meten. Het TAL-team (Treffers et al., 2009) geeft hiervoor goede tips.
- Om leerlingen plattegronden te laten begrijpen, is het handig om bij de instructie in eerste instantie te zorgen voor een één-op-één relatie tussen de plattegrond en de werkelijkheid. Zo begint het begrip van plattegronden en de symbolen die er op gebruikt worden.
- Zorg ervoor dat het meten van lengte/gewicht/inhoud betekenis heeft voor leerlingen. Het meten moet een middel zijn, niet een doel op zich (Clements & Sarama, 2009).

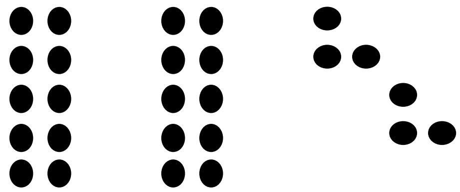
3.6.1. Suggesties voor spelletjes

Clements en Sarama (2009) doen in hun boek over rekenen vele suggesties voor spelletjes om de rekenvaardigheid te bevorderen. We beschrijven hier enkele van die spelletjes die in de klas gedaan kunnen worden.

Subiteren

- Flitsspelletje: Laat kinderen kort een verzameling van 1 tot 5 voorwerpen zien en vraag ze hoeveel voorwerpen ze zien. Houdt hierbij het dobbelsteenpatroon aan. Kinderen oefenen zo het direct herkennen van hoeveelheden.
- Laat leerlingen in een flitsspelletje 5- en 10-structuren herkennen zodat ze die kunnen inzetten bij het rekenen.

  Voorbeeld:



Twee groepen van 10 en twee groepen van 3 dus twee tientallen is 20 en twee drieën is 6, dus 26 in totaal.

Getalbegrip

- Raadspelletje: gebruik voor dit spelletje kaartjes met getallen tot 20 erop. Kies een kaart met een bepaald getal en laat de leerlingen raden welk getal op je kaart staat. Als iemand het raadt, laat je enthousiast je kaart zien. Zolang de leerlingen het niet raden, geef je aan of het getal meer of minder is dan ze raden.
- Hoeveel zit er in de doos?: Laat de leerlingen voorwerpen tellen die jij in een doos stopt. Vraag hoeveel voorwerpen er in de doos zitten. Doe er een voorwerp bij en vraag opnieuw hoeveel voorwerpen er in de doos zitten. Controleer samen met de leerlingen de antwoorden door de voorwerpen te tellen. Herhaal dit door er steeds een voorwerp bij te doen. Als de leerlingen er klaar voor zijn, kun je er twee voorwerpen tegelijk bij doen.
- Maak 10!: Gebruik sets van kaarten met daarop de getallen 0-10. De kaarten worden geschud en iedere leerling krijgt 10 kaarten die hij op een stapel legt met het getal naar beneden. De rest van de kaarten wordt op een afneemstapel in het midden gelegd. Degene die het eerst aan de beurt is, draait een kaart van de afneemstapel om en vervolgens de bovenste kaart van zijn eigen stapel. Als de twee getallen op de kaarten samen 10 vormen, krijgt de leerling de kaarten. Als de som niet 10 is, wordt de kaart naast de afneemstapel gelegd (met het getal naar boven) waar de kaart door andere leerlingen afgehaald mag worden als ze daarmee 10 kunnen vormen. Het spel gaat door tot iedereen zijn eigen stapel kaarten heeft omgedraaid. Wie de meeste paren heeft gevormd, is de winnaar.

Vergelijken en ordenen

- Vergelijkspelletje (2 leerlingen): Geef leerlingen een stapel kaarten met de getallen 1-10 erop. De kaarten worden geschut en de leerlingen krijgen elk een stapeltje kaarten met de getallen naar beneden. De leerlingen draaien steeds tegelijkertijd een kaart om en de leerling die het hoogste getal heeft krijgt de twee kaarten. Als de leerlingen hetzelfde getal hebben, draaien ze allebei nog een kaart om. De leerling die aan het eind de meeste kaarten heeft, wint.
- Memory met kaarten met stippenpatroon (bijv. dobbelsteenpatroon) en kaarten met de cijfersymbolen erop.

Optellen en aftrekken

- Vergelijkspelletje: Geef leerlingen een stapel kaarten met getallen erop en laat iedere leerling twee kaarten omdraaien. De leerlingen moeten dan beslissen wie het meest heeft door de getallen op de twee kaarten bij elkaar op te tellen. Wie het meest heeft krijgt de kaarten. In groep 3 zorg je dat de som maximaal 10 is, in groep 4 werk je met sommen tot 20.
- Speel het spelletje Shut the box: leerlingen gooien twee dobbelstenen en moeten de klepjes van twee getallen die samen de som van hun worp vormen sluiten. Dit spelletje is ook online te vinden.

Ruimtelijke oriëntatie

- Laat leerlingen aan de hand van een simpele plattegrond ‘schatten’ zoeken die je in het klaslokaal verstopt hebt.

4. Rekenen in de bovenbouw

4.1. Doelen in groep 5 t/m 8

In de bovenbouw wordt voortgeborduurd op de basis die in de onder- en middenbouw gelegd is. Vanuit de kennis over de telrij tot 100 en het optellen en aftrekken tot 20, wordt de rekenvaardigheid verder ontwikkeld. In groep 5 en 6 wordt veel aandacht besteed aan het optellen en aftrekken tot 100, de telrij tot 1000, vermenigvuldigen (o.a. de tafels) en delen. In groep 7 en 8 komen het optellen en aftrekken tot 1000 en de getallen tot 10.000 aan de orde. De operaties worden steeds ingewikkelder, maar er wordt ook een begin gemaakt met het gebruik van de rekenmachine. Een volledig overzicht van de doelen voor groep 5 tot en met 8 is te vinden in Bijlagen D t/m G. Hier geven we slechts een korte weergave van de belangrijkste doelen in de verschillende groepen.

Groep 5:
- Wiskundig inzicht en handelen: instructies plattegrond volgen
- Getallen tot 1000
- Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 100, tafels van 2, 5 en 10
- Ruimtelijke oriëntatie: plattegrond maken
- Meten: materiaal gebruiken om te meten
- Tijd: klok kijken (minuten en seconden), maandkalender
- Geld: bedragen tot 100 euro

Groep 6:
- Wiskundig inzicht en handelen: somformule voor delen
- Getallen tot 1000
- Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 100, tafels tot 10 in context
- Breuken, kommagetallen, procenten, verhoudingen
- Ruimtelijke oriëntatie: plattegrond volgen
- Meten: materiaal gebruiken om te meten, relatie met vermenigvuldigen
- Tijd: klok kijken, datumaanduiding
- Geld: hoge bedragen, waarde van munten en biljetten benoemen

Groep 7:
- Wiskundig inzicht en handelen: vaste notatiewijze kolomsgewijs optellen en aftrekken
- Getallen tot 10000
- Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 1000, tafels tot 10
- Breuken, kommagetallen, procenten, verhoudingen
- Gebruik rekenmachine

- Ruimtelijke oriëntatie: bovenaanzicht
- Meten: gebruik maatbeker
- Tijd: kalender gebruiken
- Geld: bedragen met centen achter de komma, schatten

Groep 8:
- Wiskundig inzicht en handelen: vaste notatiewijze kolomsgewijs vermenigvuldigen en delen
- Getallen tot 100000
- Bewerkingen: optellen en aftrekken boven 1000, grotere keersommen en deelsommen
- Breuken, kommagetallen, procenten, verhoudingen
- Gebruik rekenmachine
- Ruimtelijke oriëntatie: schaalaanduidingen
- Meten: kennis van kilometer, meter, etc.; hanteren van maten liter, deciliter, etc.
- Tijd: digitale tijd, ordening in tijd vanuit geschiedenis
- Geld: wisselgeld

Hoewel in de leerlijn voor cluster-2 alle doelen uit de oorspronkelijke leerlijn (voor het reguliere onderwijs) slechts een jaar opgeschoven zijn, geven Ruijssenaars et al. (2006) aan dat leerlingen in het speciaal basisonderwijs vaak slechts het niveau van groep 6 behalen (ofwel de doelen voor groep 7 in de leerlijn voor cluster 2). Vaak zijn bij deze leerlingen de getallen en operaties tot 100 niet voldoende georganiseerd en geautomatiseerd. Ook hebben ze meer moeite met tafels en doorzien ze de relatie tussen vermenigvuldigen en optellen en tussen vermenigvuldigen en delen niet. Delen is vaak een stap te ver voor deze kinderen. Hoewel het omgaan met tijd en geld vaak sterker ontwikkeld is dan de andere rekendomeinen, ondervinden zwakke leerlingen vaak ook problemen in het domein meten. Zo heeft een groot deel moeite met de meet- en rekenprocedures op het gebied van meten en wegen, klokkijken en geldhandelingen. Onduidelijk is of leerlingen met ESM en dove en slechthorende leerlingen dezelfde problemen op het gebied van rekenen hebben. Hier komen we in de paragrafen 4.2 en 4.3 op terug.

4.2. Leerlingen met ESM

De meeste onderzoeken die er zijn over rekenen bij leerlingen met ESM zijn gedaan bij wat oudere leerlingen, in de leeftijd van 8 tot 11 jaar, groep 5 of hoger. Ook hier geldt dat het om kleine groepen gaat en voorzichtigheid is geboden bij de interpretatie van de resultaten.

4.2.1. Getallen en bewerkingen

Fazio (1999) is de groep die ze eerder onderzocht blijven volgen en onderzocht 10 van hen weer toen ze in groep 6 en 7 zaten. Ze vergeleek deze leerlingen met 11 leeftijdgenoten en 11 jongere kinderen uit groep 5. De leerlingen moesten een aantal taken maken:

- 20 rekensommen: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen. Deze taak werd een keer gemaakt met een tijdslimiet van 2 minuten en een aantal weken later zonder tijdslimiet.
- 20 rekenfeiten: binnen 2 seconden het antwoord geven zonder je vingers te gebruiken.

De leerlingen met ESM scoorden op de rekensommen lager dan hun leeftijdgenoten, maar ongeveer gelijk aan de jongere leerlingen. Ze waren echter langzamer dan de jongere leerlingen en gingen beter presteren als ze meer tijd kregen (geen tijdslimiet). Ook op de rekenfeiten waren de scores lager dan die van de leeftijdgenoten, maar ongeveer gelijk aan die van de jongere leerlingen. Bij de leerlingen met ESM werd de strategie van het tellen vaker gebruikt om een som op te lossen dan bij de andere twee groepen. Ook maakten de leerlingen met ESM meer rekenfouten dan de andere twee groepen en meer procedurele fouten dan de leeftijdgenoten.

Volgens Fazio speelt het gebrek aan automatisering van de rekenfeiten een rol bij de lagere scores van de leerlingen met ESM. Vooral het feit dat ze beter gaan presteren als ze meer tijd krijgen, geeft aan dat het automatiseringsproces niet voltooid is. Op basis van haar drie onderzoeken bij deze groep kinderen, concludeert Fazio dat de leerlingen met ESM langzaam vooruitgang boeken. Terwijl ze als kleuters een achterstand hadden in het tellen, zetten ze op latere leeftijd juist het tellen in als strategie bij het oplossen van rekensommen. Waar ze echter op latere leeftijd nog op achterlopen is het kunnen oproepen van rekenfeiten om die te kunnen inzetten bij het oplossen van rekensommen. Het kunnen inzetten van die rekenfeiten is echter cruciaal voor de verdere rekenontwikkeling. Fazio geeft aan dat hier in het onderwijs veel aandacht aan besteed moet worden door veel te oefenen, maar ook door de link naar de echte wereld te leggen, dus door betekenisvolle instructie.

Cowan, Donlan, Newton en Lloyd (2005) vergeleken 55 leerlingen met ESM (met problemen in taalbegrip) met een groep van 57 leeftijdgenoten en een groep van 55 jongere leerlingen met een vergelijkbaar taalniveau als de leerlingen met ESM (verder taalcontrols genoemd). De leerlingen met ESM en de leeftijdgenoten zaten in groep 5 en waren gemiddeld 8 jaar, de taalcontrols zaten grotendeels in groep 3 en waren gemiddeld 6 jaar. Van de leerlingen met ESM zaten er 11 in het speciaal onderwijs en 44 in het reguliere onderwijs. De volgende taken werden afgenomen:

- werkgeheugen: non-woord repetitie, geheugenspanne
- tellen: telrij opzeggen, doortellen, terugtellen
- kennis van de rekenfeiten van optelsommen: 4 sommen onder de tien en 6 sommen boven de tien
- optellen en aftrekken onder en boven de tien
- verhaalsommen: optellen en aftrekken
- lezen en schrijven van cijfers
- vergelijken van 2- tot 5-cijferige getallen: welke is groter?

Op alle taken scoorden de leerlingen met ESM lager dan hun leeftijdgenoten. In de meeste gevallen scoorden ze even zwak als de taalcontrols, maar in sommige gevallen scoorden ze hoger (rekenfeiten, vergelijken van getallen). Bij het optellen en aftrekken tot 10 en bij het lezen en schrijven van getallen scoren de ESM-leerlingen in het speciaal onderwijs lager dan de leerlingen in het regulier onderwijs. Op de andere taken worden geen verschillen gevonden tussen deze twee groepen.
De auteurs hebben ook gekeken naar het onderwijsaanbod dat de leerlingen kregen en constateerden dat de leerlingen met ESM niet hetzelfde aanbod hadden gekregen als hun leeftijdgenoten en dit was ook terug te zien in hun prestaties. Echter, de verschillen tussen de leerlingen bleef bestaan als er gecontroleerd werd voor onderwijsaanbod, met andere woorden, de verschillen worden niet alleen verklaard door een verschil in aanbod. Onduidelijk is of de leerlingen lager presteren door een verschil in aanbod of dat ze een ander aanbod krijgen doordat ze lager presteren. Het verschil behoeft volgens de auteurs echter wel aandacht.

Donlan, Cowan, Newton en Lloyd (2007) vergeleken 48 leerlingen met ESM met 55 leeftijdgenoten en 55 taalcontrols. De leerlingen waren dezelfde leerlingen als in het onderzoek van Cowan et al. (2005). De volgende taken werden afgenomen:

- tellen: telrij opzeggen, doortellen en terugtellen
- optellen en aftrekken
- vergelijken van 2- tot 5-cijferige getallen: welke is groter?
- rekenprincipes: begrip van optel- en aftrekprincipes met symbolen in plaats van cijfers

De resultaten wezen uit dat de leerlingen met ESM lager scoorden dan de leeftijdgenoten op de rekentaken (de eerste drie taken), maar niet verschilden in het begrip van de rekenprincipes. Hoewel de leerlingen met ESM de rekenprincipes even goed lijken te begrijpen als hun leeftijdgenoten, vallen ze uit bij het daadwerkelijke rekenen.
Opvallend was dat de verschillen bij het optellen en aftrekken en het vergelijken van getallen volledig verklaard werden door de telvaardigheid. Wanneer rekening gehouden werd met de telvaardigheid verdwenen de verschillen op de andere taken. De auteurs geven aan dat voorzichtigheid is geboden bij het interpreteren van dit resultaat. Het is

niet duidelijk of hier een causaal verband is, dat wil zeggen of de lage scores veroorzaakt worden door de zwakke telvaardigheid. Donlan et al. concluderen dat het verband tussen de telvaardigheid en het optellen en aftrekken doet vermoeden dat een gemeenschappelijke factor ten grondslag ligt aan de prestaties op beide gebieden, zoals het werkgeheugen.

4.2.2. Verbaal versus non-verbaal

Koponen et al. (2006) vergeleken 29 Finse 9 tot 11-jarige leerlingen met ESM met jongere leerlingen (6-7 jaar) met eenzelfde taalniveau en leerlingen uit de groepen 3 tot 5 met eenzelfde onderwijsaanbod, d.w.z. leerlingen uit lagere groepen die tot dan toe hetzelfde aanbod aan rekenonderwijs hebben gehad. De leerlingen met ESM hadden problemen op het gebied van taalproductie en taalbegrip. In het onderzoek werden een aantal verbale en non-verbale taken afgenomen. De verbale taken bestonden uit tellen (telrij opzeggen, doortellen en terugtellen) en optellen en aftrekken. De non-verbale taken bestonden uit het vergelijken van 2- tot 5-cijferige getallen en het begrip van de cijfersymbolen. De resultaten lieten zien dat de leerlingen met ESM lager scoorden dan de leerlingen met eenzelfde onderwijsaanbod op zowel verbale als non-verbale taken en dat ze gemiddeld op het niveau van leerlingen in groep 3 presteerden. Bij de teltaken scoorden de leerlingen met ESM op hetzelfde niveau als jongere leerlingen met eenzelfde taalniveau, maar lager dan de leerlingen met eenzelfde onderwijsaanbod. Hoewel de leerlingen met ESM niet lager scoorden dan de leerlingen met eenzelfde onderwijsaanbod in optellen en aftrekken, waren ze wel langzamer in het oplossen van de sommen. Op de non-verbale taken scoorden de leerlingen met ESM hoger dan de jongere leerlingen, maar lager dan de leerlingen met eenzelfde onderwijsaanbod.
De groep ESM-leerlingen kon opgesplitst worden in drie groepen: leerlingen die laag scoorden op de verbale en de non-verbale taken, leerlingen die laag scoorden op de verbale taken, maar niet op de non-verbale en leerlingen die geen problemen vertoonden op de taken. Deze groepen verschilden niet van elkaar in het tellen en in de scores op het optellen en aftrekken. Wel verschilden ze in het tempo waarmee ze konden optellen en aftrekken en op de non-verbale taken. De groep met problemen op beide soorten taken en de groep die alleen problemen vertoonde op de verbale taken hadden meer moeite met het snel optellen en aftrekken. Op de non-verbale taken had de groep met problemen op beide soorten taken duidelijk problemen. De verschillen op de verbale taken werden verklaard door verschillen in de benoemsnelheid van kleuren en voorwerpen. Hierop scoorden de twee groepen met problemen op de verbale en/of non-verbale taken lager dan de groep zonder problemen. In andere onderzoeken (o.a. Koponen, Aunola, et al., 2007; Krajewski & Schneider, 2009a; Ruijssenaars et al., 2006;

van Lieshout, 2006) is ook gebleken dat benoemsnelheid gerelateerd is aan het rekenen (optellen en aftrekken) en de relatie tussen rekenen en lezen lijkt te verklaren.

4.3. Dove en slechthorende leerlingen

Over dove/slechthorende leerlingen is helaas niet zoveel literatuur over het rekenen in de bovenbouw. We zullen hier naast het bespreken van onderzoeken voor de bovenbouw van het basisonderwijs ook kort ingaan op onderzoeken bij oudere leerlingen/studenten om een beeld te schetsen van de problemen die zich nog in het vervolgonderwijs voordoen.

In een groot normeringsonderzoek op Gallaudet University (Traxler, 2000) is onder andere gekeken naar de prestaties van 8 tot 18-jarige dove en slechthorende leerlingen op een gestandaardiseerde rekentoets, de Stanford Achievement Test. Op de subtest die procedurele kennis meet (hier moeten leerlingen uit verhaalsommen de gewenste berekening halen en die oplossen) scoort de helft van de dove en slechthorende leerlingen aan het eind van het basisonderwijs op een niveau van halverwege groep 5. Echter, de 20% best scorende leerlingen behaalt aan het eind van het basisonderwijs gemiddeld het niveau van groep 8.

Op de andere subtest die het probleemoplossend vermogen op het gebied van rekenen-wiskunde meet haalt de helft van de leerlingen aan het eind van het basisonderwijs net het niveau van groep 5 en scoort de beste 20% aan het eind van het basisonderwijs op het niveau tussen groep 7 en 8.

Bij het verlaten van het voortgezet onderwijs behaalt slechts de helft van de leerlingen het niveau van groep 8 voor procedures en het niveau van groep 7 voor probleemoplossend vermogen.

4.3.1. Bewerkingen

In haar boek over rekenen bij dove leerlingen bespreekt Nunes (2004) het begrip van vermenigvuldigen en delen. Op het gebied van vermenigvuldigen begrijpen dove/slechthorende leerlingen volgens haar wel de verhouding tussen twee hoeveelheden (1 staat tot x), maar hebben ze moeite om die kennis toe te passen bij het daadwerkelijke rekenen. In de informele kennis die dove/slechthorende leerlingen hebben over de verhouding tussen hoeveelheden wijken ze volgens Nunes maar weinig af van horende leeftijdgenoten. Bij het delen van hoeveelheden lijken dove/slechthorende leerlingen echter meer moeite te hebben.

Nunes geeft bij dit boek ook aan dat dove/slechthorende leerlingen makkelijker vermenigvuldig- en deelproblemen oplossen als ze met concrete voorwerpen of plaatjes van voorwerpen werken dan wanneer ze met blokken werken. Ze beschrijft in haar boek ook een interventie om de overgang van concreet naar abstract te bewerkstelligen, zie § 4.4.

4.3.2. Verhaalsommen

In § 3.3.2 bespraken we het onderzoek van Hyde et al. (2003) voor de groepen 3 en 4. Hier beschrijven we de resultaten van dat onderzoek voor de oudere leerlingen in dat onderzoek. De leerlingen in dit onderzoek maakten een aantal verhaalsommen: veranderingsopgaven, combinatieopgaven en vergelijkingsopgaven (zie § 3.3 voor uitleg). Op alle opgaven presteerden de leerlingen beter naarmate ze ouder werden. De vergelijkingsopgaven zorgden echter nog steeds voor problemen. In groep 5 en 6 was er nog steeds een aantal vergelijkingsopgaven dat door geen enkele van de dove/slechthorende leerlingen correct gemaakt werd. Vooral verhaalsommen met het woord ‘minder’ en verhaalsommen waar de woorden ‘meer’ en ‘minder’ niet overeenkomen met de operatie die uitgevoerd moet worden (bijv. optellen bij ‘minder’) zorgden voor problemen. De veranderingsopgaven leveren minder problemen op: alle opgaven werden door minimaal 18% van de dove/slechthorende leerlingen correct gemaakt. Ook hier leverden sommen waar de termen ‘meer’ en ‘minder’ niet overeenkomen met de operatie problemen op. Een van de combinatieopgaven leverde geen problemen op voor de dove/slechthorende leerlingen (90-100% van de leerlingen maakt die opgave goed). De andere opgave werd in groep 5 door niemand goed gemaakt en in groep 6 tot 8 door ongeveer 25% van de leerlingen. Dit is de opgave ‘Heleen heeft 3 touwtjes, Lynn heeft ook wat touwtjes. Samen hebben ze 7 touwtjes. Hoeveel touwtjes heeft Lynn?’. De leerlingen krijgen hier weinig aanknopingspunten over de operatie die nodig is. Hyde et al. concluderen dat de taal in de verhaalsommen problemen oplevert voor de dove/slechthorende leerlingen. Wanneer uit de verhaalsommen gemakkelijk is af te leiden welke operatie nodig is, scoren de dove leerlingen goed op de veranderings- en combinatieopgaven. De vergelijkingsopgaven lijken ook bij helder taalgebruik voor problemen te zorgen. Het percentage leerlingen in de groepen 5 tot en met 8 dat deze opgaven goed maakt varieert grotendeels tussen de 18 en 55%. Slechts bij een opgave worden percentages van 83 en 85% gevonden.

Kelly, Lang, Mousley en Davis (2003) namen ook vergelijkingsopgaven af bij 80 dove/slechthorende universiteitsstudenten. Er waren verschillende soorten opgaven: optelopgaven waar het verhaal het woord ‘meer’ bevat; optelopgaven waar het verhaal het woord ‘minder’ bevat; aftreksommen waar het verhaal het woord ‘minder’ bevat; aftreksommen waar het verhaal het woord ‘meer’ bevat; vermenigvuldigingen met ‘x keer zoveel als’; vermenigvuldiging met ‘1/x van’; deelsommen met ‘1/x van’; en deelsommen met ‘x keer zoveel als. Net als Hyde et al. (2003) vonden Kelly et al. (2003) dat de studenten meer moeite hadden met de sommen waarin de operatie niet overeen kwam met de bewoording in het verhaal. Dus zelfs dove/slechthorende studenten op de universiteit hebben nog moeite met deze talige opdrachten. Wel werd in dit onderzoek een duidelijk verband gevonden met de leesvaardigheid van de studenten. Studenten met betere leesniveaus scoorden beter op de rekentaken. Echter, het aantal verkeerde operaties in de opgaven waarin de operatie niet overeenkomt met de bewoording neemt niet af naarmate het leesniveau hoger is. Kelly et al. pleiten voor effectieve instructie in verhaalsommen die de student steeds weer wat verder uitdaagt. Ze waarschuwen voor het achterwege laten van verhaalsommen omdat leerlingen/studenten dit soort formuleringen ook in andere contexten zullen tegenkomen (zie ook Pagliaro & Ansell, 2002 en Pagliaro & Kritzer, 2005).

De relatie tussen leesniveau en rekenvaardigheid wordt ook gevonden door Kelly en Mousley (2001) die 33 dove/slechthorende studenten 15 rekensommen met grafische weergave (zonder tekst) en 15 verhaalsommen hebben voorgelegd. De resultaten wezen uit dat de dove/slechthorende studenten even goed scoorden als horende studenten op de sommen met grafische weergave en op de simpele verhaalsommen. Naarmate de verhaalsommen echter ingewikkelder werden, in taalgebruik en in het beschreven probleem, scoorden de dove studenten lager. Kelly en Mousley geven echter aan dat er ook nog andere factoren dan leesniveau een rol spelen, omdat de moeilijkste verhaalsommen voor alle dove/slechthorende studenten problemen opleverden onafhankelijk van leesniveau en omdat ze wel in staat waren om een grafische weergave te maken van de verhaalsommen. De resultaten in dit onderzoek lieten verder zien dat de dove/slechthorende studenten meer rekenfouten maakten bij de verhaalsommen en meer antwoorden blanco lieten. Interviews met de studenten wezen uit dat velen negatieve gevoelens hadden bij het oplossen van verhaalsommen. Kelly en Mousley geven deze motivatie als mogelijke reden dat de verhaalsommen slechter gemaakt worden dan de sommen met grafische weergave van het probleem. Door dit motivatieprobleem zouden de studenten misschien minder goed lezen en minder geconcentreerd zijn waardoor ze meer rekenfouten maken. Naast het leesniveau zouden dus motivationele factoren een rol kunnen spelen bij het oplossen van verhaalsommen.

4.4. Onderzoeksresultaten over instructie aan groep 5-8

Bij leerlingen met ESM zijn slechts twee studies bekend waarin een interventie beschreven wordt. Beide studies zijn van Koponen en collega’s (Koponen, Aro, Räsänen, & Ahonen, 2007; Koponen, Aro, & Ahonen, 2009) en betreffen slechts 1 of 2 leerlingen. Het beperkte aantal leerlingen maakt het trekken van conclusies op basis van deze onderzoeken lastig.

4.4.1. Interventies bij leerlingen met ESM

In het onderzoek van 2007 hebben Koponen en collega's een interventiestudie uitgevoerd bij twee Finse 10-jarigen met ESM. Beide leerlingen hadden zowel receptieve als expressieve taalproblemen. De twee leerlingen waren gematcht op allerlei verbale en non-verbale vaardigheden. Het enige waarin de leerlingen verschilden was de snelheid waarmee ze plaatjes konden benoemen. Kind A scoorde hier een stuk lager dan kind B. De leerlingen werden gedurende twee maanden twee keer per week 45 minuten individueel getraind. De training bestond uit twee delen:

- In het eerste deel kregen de kinderen een strategie voor optelsommen aangeleerd (counting on min strategy/counting on from larger) waarbij ze leerden dat de oplossing van de som hetzelfde is als je de som omdraait om hem makkelijker uit te rekenen, bijv. 3+7 is hetzelfde als 7+3. Dit werd de leerlingen eerst aangeleerd met concrete materialen, daarna aan de hand van de somnotatie. Vervolgens moesten de leerlingen sommen uitrekenen (bijv. 2+9 en 9+2) en werd met ze besproken of het antwoord hetzelfde was, waarom het hetzelfde was, wat makkelijker was om uit te rekenen en hoe ze dit konden inzetten bij het oplossen van sommen.
- In het tweede deel van de training werd gewerkt aan het ophalen van feitenkennis uit het geheugen. Dit gebeurde aan de hand van drie soorten computertaken en spelletjes. In het eerste type taak kregen kinderen een visuele weergave van een som en werd ze gevraagd de hoeveelheden aan te geven zonder te tellen en de oplossing uit te rekenen. Na afloop kregen ze feedback en werd de bijbehorende somnotatie gegeven. In het tweede type taak kregen kinderen de visuele weergave met de somnotatie erbij en in het derde type taak kregen de leerlingen alleen de somnotatie. In dit deel van de training lag de aandacht op de automatisering van rekenfeiten.

Voorafgaand en na afloop van de training kregen de kinderen een test met 31 optelsommen tot tien. Bij iedere som moesten ze aangeven welke strategie ze gebruikt hadden voor het oplossen: op basis van rekenfeiten, via tellen, via tellen op de vingers of via splitsen.

Kind A maakte de sommen na afloop van de training sneller, maar niet beter. Ook was er geen verandering in de strategie die de leerling gebruikte. Hij gebruikte nog steeds voornamelijk het tellen op de vingers. De leerling had wel geleerd om de som om te draaien om makkelijk te rekenen.

Kind B maakte de sommen na afloop van de training sneller en beter. Ook maakte ze meer gebruik van rekenfeiten om de sommen op te lossen, terwijl ze voor de training alles op de vingers uitrekende. Ook deze leerling had geleerd om de som om te draaien als dat handiger rekende.

Dit onderzoek is helaas gebaseerd op slechts twee leerlingen, maar laat wel zien dat het mogelijk is om leerlingen een bepaalde strategie aan te leren (som omdraaien en rekenfeiten gebruiken). Het gebruik van rekenfeiten lijkt afhankelijk van de vaardigheid in het snel benoemen van plaatjes zoals ook in eerdere onderzoeken is aangegeven (zie hoofdstuk 1).

In het onderzoek van 2009 hebben Koponen en collega's een interventiestudie gedaan bij een 11-jarige leerling met ESM (zowel receptieve als expressieve taalproblemen). Deze leerling had voor de interventie de volgende problemen op het gebied van rekenen: moeite met getalbegrip van grote getallen (bestaande uit vier cijfers of meer), moeite met vloeiend tellen (wel foutloos tot 20), moeite met simpele optel- en aftreksommen. De jongen kreeg gedurende drie maanden wekelijks een individuele training van een uur. De training was gericht op het automatiseren van rekenfeiten en bestond uit de volgende onderdelen:

- Getalbegrip: snel een hoeveelheid benoemen
- Conceptuele kennis: hier moest de leerling bij een som een verhaal bedenken of een som reconstrueren met concrete materialen
- Feitenkennis: computertaken met spelelement waarbij de leerling direct feedback kreeg om foutloze oefening te bewerkstelligen. De sommen die hierbij werden aangeboden waren sommen die de leerling zouden kunnen helpen bij het oplossen van andere sommen, bijv. dubbelen of 'vrienden van 10'.
- Afgeleide feitenkennis: hier werd het getalbegrip, de conceptuele kennis en de feitenkennis van de leerling gecombineerd. De kennis die de leerling al had werd ingezet om sommen op te lossen die moeilijk voor hem waren. De leerling wist bijvoorbeeld dat 5+5 = 10. Deze kennis werd ingezet bij het oplossen van de som 5+6. In eerste instantie werden de sommen aangeboden met een weergave door concreet materiaal of door een vertelde verhaalsom. In tweede instantie kreeg de leerling alleen de som en werd materiaal alleen ingezet als het nodig was.
- Schatten en controleren: dit werd getraind door de leerling de antwoorden van een ander kind te laten controleren.

Voorafgaand en na afloop van de training moest de leerling een aantal optelsommen (waarvan oplossing groter is dan 10), aftreksommen (waarvan oplossing groter is dan 10) en vermenigvuldigingen (waarvan oplossing groter is dan 5) maken. Ook moest de leerling aangeven welke strategie hij gebruikt had (tellen, tellen op de vingers, rekenfeit, afgeleid rekenfeit of anders).
Na de training scoorde de leerling beter op alle soorten sommen en maakte hij bij de aftreksommen meer gebruik van rekenfeiten om tot een oplossing te komen dan voor de

training. Bij de optelsommen en vermenigvuldigingen was er geen verschil in het strategiegebruik.
Bij deze leerling heeft deze training dus effect gehad en de auteurs geven aan dat het wellicht zinvol is om leerlingen te leren om de kennis die ze hebben (geautomatiseerde rekenfeiten) in te zetten bij het oplossen van andere sommen. Dit is een wat tragere strategie, maar lijkt in ieder geval bij de leerling in dit onderzoek wel effectief te zijn. Een voordeel van deze strategie is dat hij minder beroep doet op het geheugen omdat je minder rekenfeiten moet onthouden; je zet immers de rekenfeiten die je kent in bij het oplossen van andere sommen wat betekent dat je de oplossing voor die andere sommen niet hoeft te memoriseren.

4.4.2. Interventies bij dove en slechthorende leerlingen

Al-Hilawani (2000) heeft het effect onderzocht van leerlingen hardop te laten vertellen wat ze doen tijdens het oplossen van een aftreksom. Hij onderzocht 30 dove/slechthorende leerlingen en 85 horende leerlingen in groep 5. De helft van de dove/slechthorende en van de horende leerlingen kregen zeven lessen van 45 minuten waarbij de volgende stappen werden gezet door de leerkracht:

1. De leerkracht lost de eerste som op door hardop de strategie voor te doen die de leerlingen moeten gebruiken bij het oplossen van de sommen.
2. De leerlingen lossen de tweede som op met de strategie die de leerkracht heeft voorgedaan. Bij deze tweede som geeft de leerkracht nog aan wat de leerlingen moeten doen. De leerkracht zegt steeds in kleine stappen wat de leerlingen moeten doen om de som op te lossen. Zo wordt verondersteld dat de leerlingen zich de strategie eigen maken.
3. De leerlingen lossen de rest van de sommen zelf op zonder hulp van de leerkracht, maar ze worden gevraagd om hardop te verwoorden (de dove/slechthorende leerlingen in gebaren [totale communicatie]) wat ze doen.
4. De leerkracht herinnert de leerlingen eraan dat ze hardop moeten verwoorden wat ze doen en geeft waar nodig een prompt dat ze de aangeleerde strategie moeten gebruiken.

De andere helft van de leerlingen kreeg ook zeven lessen, maar daarbij werden alleen de eerste twee stappen gezet. De leerlingen werden niet gevraagd om hardop te verwoorden wat ze deden bij het oplossen van de sommen, maar wel om de aangeleerde strategie toe te passen.
De aftreksommen waar in de zeven lessen een strategie (een les per somtype) voor werd aangeleerd waren de volgende:

1. twee eencijferige getallen
2. eencijferige getal aftrekken van tweecijferig getal

3. tweecijferige getallen zonder hergroeperen
4. tweecijferige getallen met hergroeperen
5. driecijferige getallen zonder hergroeperen
6. driecijferige getallen met hergroeperen
7. viercijferige getallen met hergroeperen

De leerlingen kregen voor het onderzoek een voortest en een natest waarbij ze dit soort sommen moesten maken. De resultaten van het onderzoek lieten zien dat de dove/slechthorende leerlingen die de lessen hadden gekregen waarbij ze hardop moesten verwoorden wat ze deden op de natest betere scores haalden dan de leerlingen die dat niet moesten. En, terwijl ze op de voortest lager scoorden dan de horende leerlingen die niet moesten verwoorden, verschilden hun scores op de test na de lessen niet meer. Ook was de vooruitgang van de dove/slechthorende leerlingen die moesten verwoorden tijdens de lessen groter dan die van de leerlingen die niet moesten verwoorden en dan die van de horende leerlingen.

De resultaten lieten verder zien dat de sommen met hergroepering grote problemen opleverden voor de dove/slechthorende leerlingen, maar dat ze ook bij deze sommen betere vooruitgang boekten als ze tijdens de lessen moesten verwoorden wat ze deden. Al-Hilawani concludeert op basis van zijn resultaten dat het zinvol lijkt om leerlingen tijdens het oplossen van sommen te laten verwoorden wat ze doen (na het aanleren van de juiste strategie).

Markey, Power en Booker (2003; zie ook Markey, 2000) deden een kleinschalig onderzoek naar het effect van het doen van spelletjes met vier dove/slechthorende leerlingen in groep 7/8 op hun vaardigheid om deelsommen op te lossen. De vier leerlingen in dit onderzoek zaten met betrekking tot rekenen op het niveau van groep 4/5. Tijdens het project kregen de leerlingen 25 uur rekenonderwijs waarin ze spelletjes deden waarbij ze steeds moesten uitleggen aan hun medeleerlingen hoe ze tot hun antwoord kwamen. Het project was er op gericht om de leerlingen via het doen van spelletjes ervaringen met breuken op te laten doen en de taal te ontwikkelen om over die breuken te communiceren. Het project bestond uit verschillende stappen die allemaal werden uitgevoerd door spelletjes te spelen met de leerlingen:

- De eerste stap was kennismaking met breuken door de leerlingen ervaringen te laten opdoen met het verdelen van een geheel in gelijke delen. Door voorwerpen in gelijke delen te verdelen leerden de leerlingen de namen voor de breuken (derden, vierden, tienden, etc.).
- Nadat de leerlingen de namen voor de breuken geleerd hadden, werd er via een spel meer aandacht besteed aan het verschil tussen gelijke en ongelijke delen.

- In weer een ander spel werd het begrip van gelijke delen gekoppeld aan de namen van de breuken: vier gelijke delen zijn vierden.
- Daarna werd de visuele representatie van breuken die centraal stond bij de eerste drie stappen gekoppeld aan de geschreven notatie.
- In een volgende stap werd gewerkt aan het begrip van delen die samen een geheel maken, bijv. 6 zesden en van delen die meer dan een geheel maken, bijv. 9 vijfden.
- De volgende stap was het vergelijken van breuken. Hierbij moesten de leerlingen plaatjes zoeken bij uitspraken als 'meer dan een derde'.
- Het laatste onderdeel van het project was gericht op het herkennen van delen van een groep (in plaats van delen van een geheel). De leerlingen zagen bijvoorbeeld een plaatje met vijf koeien waarvan er drie gekleurd waren. De bijbehorende breuk was dan drievijfde (3/5).

De resultaten lieten zien dat de leerlingen een beter begrip kregen van breuken; ze begrepen dat breuken bestaan uit delen waarvan het aantal kan veranderen. Het project was volgens de auteurs motiverend en effectief voor het onderwijzen van het basisbegrip van het delen. De leerlingen hebben hun ervaringen met breuken opgedaan door middel van spelletjes en communicatie over hun redenering. Opvallend was wel dat de interacties die plaatsvonden tijdens de spelletjes vooral tussen leerling en leraar gingen en niet zozeer tussen de leerlingen onderling wat wel de bedoeling van het project was. De meeste motivatie haalden de leerlingen uit de groepspellen, omdat ze deze leuk vonden en omdat het competitieve element ze er toe aanzette om goed op te letten en mee te doen.
Wat verder opviel is dat de leerlingen moesten wennen aan het geven van uitleg over hun antwoord. In het begin vonden ze dat moeilijk en dachten ze dat ze een fout antwoord hadden gegeven als de leerkracht vroeg hoe ze aan het antwoord kwamen. Na verloop van tijd waren ze aan de procedure gewend en wisten ze dat om uitleg gevraagd werd ongeacht of het antwoord goed of fout was.

Nunes en Moreno (2002; zie ook Nunes, 2004) hebben een training opgesteld voor dove leerlingen in de groepen 3 t/m 6. In hun onderzoek hebben 23 dove leerlingen de training gekregen van hun eigen leerkracht. De training duurde een schooljaar en bedroeg 1 uur per week als onderdeel van de rekenlessen. De andere uren voor rekenen werden besteed aan het eigen curriculum op de school. De training richtte zich op de gebieden optellen, aftrekken (en de omgekeerde evenredigheid tussen optellen en aftrekken), vermenigvuldigen, delen en verhoudingen. De training was er op gericht het begrip van leerlingen over concepten binnen bovenstaande gebieden te vergroten. Tijdens de training lag de nadruk op het gebruik van de getallenlijn, gebruik van plaatjes, diagrammen, tabellen en grafieken voor het oplossen van sommen. De sommen werden weergegeven door plaatjes met daaronder nog een (visueel) hulpmiddel dat de leerlingen kon helpen bij het oplossen van de som, bijvoorbeeld een getallenlijn of een tabel of grafiek (voor voorbeelden zie Nunes & Moreno, 2002 of Nunes, 2004). Langzaam werden de plaatjes weggelaten en bleef alleen de tabel of grafiek over. De leerlingen presteerden na de training beter op een gestandaardiseerde rekentoets dan voor de training. Ook was hun vooruitgang groter dan op basis van normen voor horende leerlingen verwacht zou mogen worden.

4.5. Conclusie

In de groepen 5 t/m 8 wordt verder gewerkt aan het automatiseren van de rekenfeiten en komen vermenigvuldiging, delen en breuken aan de orde.
Leerlingen met ESM in deze leeftijdsgroep blijken nog steeds problemen te hebben met het automatiseren van rekenfeiten en het gebruik van de juiste strategieën bij het oplossen van sommen (sommen worden voornamelijk opgelost door te tellen).
Onderzoek bij dove/slechthorende leerlingen richt zich voornamelijk op het oplossen van verhaalsommen en laat net als bij de middenbouw zien dat deze opgaven voor problemen zorgen.
Ook in onderzoeken voor de bovenbouw wordt er op gewezen dat het onderwijsaanbod voor leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen niet altijd hetzelfde is als voor leerlingen in het reguliere onderwijs, wat gevolgen kan hebben voor hun prestaties. Hier geldt opnieuw dat de doelen goed voor ogen moeten worden gehouden.
Het beperkte onderzoek op het gebied van instructie bij leerlingen met ESM laat zien dat het zinvol is om leerlingen te leren gebruik te maken van de kennis die ze hebben bij het oplossen van andere sommen. Leerlingen moeten zich bewust worden dat ze bepaalde rekenfeiten wel kennen en dat ze die kunnen inzetten.
Bij dove/slechthorende leerlingen lijkt het zinvol leerlingen hardop te laten verwoorden hoe ze een probleem oplossen. Hierbij wordt wel eerst de juiste strategie aangeleerd (dus dit is een wat andere aanpak dan in het realistisch rekenonderwijs). Ook het inzetten van visuele representaties blijkt effectief.

4.6. Praktische handreikingen

<u>Algemeen</u>

- Laat leerlingen geen oefeningen tot automatisering doen zonder dat ze begrijpen wat ze doen. Het memoriseren van feiten heeft geen zin als je niet begrijpt wat je doet (Clements & Sarama, 2009). Leer altijd eerst een strategie aan in een betekenisvolle situatie en laat de leerlingen daarna pas oefenen. Niet alleen het oplossen van de sommen moet automatisch verlopen, ook het toepassen van de strategieën moet vloeiend gaan.

- Blijf eenmaal verworven rekenvaardigheden (zoals rekenen tot 100) oefenen en herhalen (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).
- Geef zwakke rekenaars meer tijd en herhaling in de vorm van pre-teaching en verlengde instructie. Blijf deze leerlingen instructie geven (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).
- Langere tijd achter elkaar zelfstandig werken is niet effectief voor zwakke leerlingen (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

- Programma schoolverlaters: Om de overgang naar het voortgezet onderwijs soepel te laten verlopen is er een programma op de markt voor schoolverlaters met minimaal een jaar achterstand op hun leeftijdgenoten. Dit programma heet “Aandachtsgebieden voor een doorgaande lijn rekenen en wiskunde van PO naar VMBO” (Buijs & van der Zwaart, 2006) en richt zich op de volgende gebieden: breuken, procenten en verhoudingen, kommagetallen, schattend rekenen, meetkunde, werken met tabellen, grafieken e.d., werken met de rekenmachine. Het programma bestaat uit 35 lessen die een duidelijke link leggen naar de praktijk, bijvoorbeeld door lessen over koken, afstand meten of geld verdelen.

<u>Wiskundig inzicht en handelen</u>

- Zorg dat leerlingen het splitsen in honderdtallen, tientallen en eenheden (later ook duizendtallen) begrijpen voor ze gaan rekenen met deze grotere getallen (Clements & Sarama, 2009). Ga niet te snel over op het gebruik van algoritmen (kolomsgewijs rekenen, cijferend rekenen, etc.), maar zorg eerst dat ze begrijpen wat ze doen. Hiervoor is het van belang dat het onderwijs zich richt op het begrip in plaats van op het volgen van de juiste stappen. Eerst begrip, dan de procedures!
- Om de tafels te kunnen leren, moeten leerlingen begrijpen wat vermenigvuldigen is. Laat leerlingen regelmatig verhalen bedenken bij sommen. De leerlingen laten die verhalen vervolgens zien met materiaal en kunnen het verhaal laten zien met sprongen op de getallenlijn (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).
- Bij de introductie van het vermenigvuldigen is het belangrijk dat de taal- en begripsontwikkeling rondom vermenigvuldigingssituaties gestalte krijgt. Van daaruit kan verkend worden hoe je de oplossing voor vermenigvuldigingssituaties kunt achterhalen. Dit verloopt via het herhaald optellen (groep 4) naar het verdubbelen of het herkennen van een patroon en het gebruiken van bekende keersommen als steunpunt (Buijs, 2009).

Getallen en bewerkingen

- Maak als school een keuze tussen kolomsgewijs rekenen en cijferen. Zorg ervoor dat deze strategieën niet door elkaar worden aangeboden (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

Rekenen tot 100:

- Start elke les met een korte oefening van 5 tot 10 minuten ter automatisering en memorisering van rekenfeiten (Buijs, 2009; Kwaliteitskaart Inoefenen Rekenen, Rekenpilots). Zorg dat er tempo in de oefening zit, zorg dat alle leerlingen betrokken zijn, geef feedback en zorg voor opbouw in de oefening van eenvoudig naar moeilijk.
- Bij het optellen en aftrekken tot 100 wordt in eerste instantie nog structuurmateriaal gebruikt zoals de kralenketting (groep 5). Vervolgens worden strategieën als de rijgaanpak (op getallenlijn) en splitsen en compenseren ingezet. De handelingen worden steeds meer uit het hoofd uitgevoerd, maar leerlingen hebben vaak de getallenlijn nog nodig.
  Gebruik de kralenketting bij de oriëntatie in de getallenrij tot 100, maar ga bij het rekenen over op de lege getallenlijn.
- Besteed bij de overgang van het werken op de lege getallenlijn naar uit het hoofd rekenen aandacht aan het verband tussen de getallenlijn en de somnotatie (Buijs, 2009).
- Bij het rekenen tot 100 wordt het rijgen als de basisstrategie aangeleerd. Pas als leerlingen deze strategie onder de knie hebben worden andere strategieën zoals splitsen, rekenen met teveel, rekenen langs een rond getal en aanvullen aangeleerd (Kwaliteitskaart Groep 4: Rekenen tot 100, Rekenpilots). Voor zwakke rekenaars kan het aanvullen geleerd worden in een herkenbare context (geld of meten).

Tafels:

- Maak bij het aanleren van de tafels gebruik van strategieën. Probeer leerlingen vooral te richten op de steunpunten 2x, 5x en 10x. Als leerlingen aan die steunpunten de strategie van één keer meer of één keer minder toevoegen, kunnen ze bijna alle sommen uitrekenen (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).
- Ga altijd uit van de keersommen die leerlingen al weten en laat die als hulpsommen dienen voor het oplossen van andere sommen uit de tafel (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).
- Gebruik voor het aanleren van de tafels spelletjes zoals tafelbingo, tafeldomino of tafelkwartet (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).

- Geef zwakke rekenaars alleen in groep 5 een rekenkaart met de steunpunten 2x, 5x en 10x. Als de rekenkaart te lang gebruikt wordt, levert dit problemen op in de bovenbouw (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).

Breuken, kommagetallen, verhoudingen, procenten:
- Laat zwakke rekenaars niet cijferen of kolomsgewijs rekenen met grote getallen of kommagetallen. In de praktijk zullen leerlingen hier een globale schatting maken of een rekenmachine gebruiken (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).
- Richt je bij zwakke rekenaars vooral op het elementair getalbegrip als het gaat om breuken, kommagetallen, verhoudingen en procenten. Het kunnen vergelijken van bijvoorbeeld breuken of kommagetallen en het kunnen plaatsen op een getallenlijn zijn meer van belang dan bewerkingen. Bewerkingen komen op de tweede plaats (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

Verhaalsommen:
- Zorg er bij verhaalsommen in eerste instantie voor dat je de makkelijkste formulering eerst gebruikt (Clements & Sarama, 2009). Als kinderen de sommen dan kunnen oplossen, introduceer je dezelfde sommen met een moeilijkere formulering.
- Laat leerlingen verhaalsommen visueel weergeven door het uit te tekenen (Clements & Sarama, 2009; Nunes, 2004), bijvoorbeeld: “Frank heeft 6 snoepjes. Hij heeft er 3 meer dan Ankie. Hoeveel snoepjes heeft Ankie?”. Leerlingen kunnen het aantal snoepjes van Frank weergeven door vierkantjes en die van Ankie door rondjes. Zo wordt zichtbaar hoeveel Ankie er heeft.

Meten en meetkunde
- Zorg ervoor dat het meten van lengte/gewicht/inhoud betekenis heeft voor leerlingen. Het meten moet een middel zijn, niet een doel op zich (Clements & Sarama, 2009). Laat leerlingen echte problemen oplossen.
- Besteed bij zwakke rekenaars in de bovenbouw ruimte aandacht aan meten, rekenen met geld en grafieken. Deze onderdelen zijn van belang in het voortgezet onderwijs (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

4.6.1. Suggesties voor spelletjes
Clements en Sarama (2009) doen in hun boek over rekenen vele suggesties voor spelletjes om de rekenvaardigheid te bevorderen. We beschrijven hier twee spelletjes die in de klas gedaan kunnen worden.

Getalbegrip

- Raadspelletje: gebruik voor dit spelletje kaartjes met getallen tot 100 (en later tot 1000) erop. Kies een kaart met een bepaald getal en laat de leerlingen raden welk getal op je kaart staat. Als iemand het raadt, laat je enthousiast je kaart zien. Zolang de leerlingen het niet raden, geef je aan of het getal meer of minder is dan ze raden.
- Maak 100!: Leerlingen spelen samen met een rekenmachine. Een leerling toetst een tweecijferig getal in waarop de ander er een optelsom van maakt waarbij de oplossing 100 op het display komt te staan. Leerlingen kunnen een score bijhouden. Variatie: leerlingen mogen steeds maar een getal tussen 1 en 10 bij het getal optellen en wie dan het eerst bij 100 komt, heeft gewonnen.

5. Conclusie

In dit rapport is een overzicht gegeven van wat er uit de literatuur bekend is over rekenen bij leerlingen met ESM en bij dove en slechthorende leerlingen. Helaas is er over beide groepen niet enorm veel bekend en hebben we ons in dit rapport soms ook laten leiden door wat we weten uit de literatuur over leerlingen in het reguliere onderwijs en uit de literatuur over leerlingen met (ernstige) rekenproblemen.
In het eerste hoofdstuk van dit rapport hebben we aangegeven dat vroege rekenvaardigheid (zoals getalbegrip en kennis van de telrij), fonologisch bewustzijn, benoemsnelheid en het werkgeheugen voorspellende factoren zijn voor het latere rekenen (zie § 1.2). Uit de onderzoeken bij leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen blijkt dat zij voornamelijk problemen hebben met de kennis van de telrij, het automatiseren van rekenfeiten, het oplossen van verhaalsommen en het inzetten van de juiste strategieën.
Over de rekenprestaties van leerlingen met een CI weten we eigenlijk nog niks. Het is dus onduidelijk of zij door een betere toegang tot bijvoorbeeld fonologie ook beter rekenen. Uit onderzoek blijkt dat er een relatie bestaat tussen fonologisch bewustzijn en getalbegrip (zie § 1.2) dus een betere toegang tot fonologie zou kunnen leiden tot beter getalbegrip. Er moet echter nader onderzoek gedaan worden om hier uitspraken over te kunnen doen. Van de andere voorspellers voor het latere rekenen (vroege rekenvaardigheid, benoemsnelheid en werkgeheugen) is niet bekend dat leerlingen met een CI hier beter op presteren en daardoor dus beter zouden rekenen.
Voorlopig kunnen we voor deze doelgroep dus alleen afgaan op wat bekend is over de rekenvaardigheden van dove en slechthorende leerlingen zonder een CI.

De problemen die de leerlingen hebben met de kennis van de telrij en het automatiseren van rekenfeiten kunnen negatieve gevolgen hebben voor het latere rekenen. Doordat leerlingen moeite hebben met het opzeggen van de telrij lopen ze risico op problemen bij het uiteindelijke formele rekenen (zie ook de metafoor van de ijsberg, § 1.4). De problemen die zich voordoen bij het automatiseren van de rekenfeiten en de rol die het werkgeheugen speelt bij het rekenen, zouden voor de leerlingen in cluster 2 tot problemen kunnen leiden bij het rekenen. Doordat de rekenfeiten niet geautomatiseerd zijn, wordt er tijdens het oplossen van sommen een sterk beroep gedaan op het werkgeheugen. Doordat er geen gebruik gemaakt kan worden van de opgeslagen rekenfeiten, moeten er vaak meerdere stappen gezet worden om tot de oplossing van een som te komen. Het maken van die stappen doet een beroep op het werkgeheugen en dat terwijl bekend is dat het werkgeheugen bij zowel leerlingen met ESM als dove/slechthorende leerlingen anders functioneert dan bij leerlingen in het reguliere onderwijs (Hall & Bavelier, 2010; Hoffman & Gillam, 2004). Interventies zoals die van

Koponen et al. (2009, zie § 4.4) waarbij de leerling geleerd wordt om gebruik te maken van de kennis die hij al heeft, kunnen in dit kader interessant zijn.
De problemen die leerlingen hebben bij het inzetten van de juiste strategieën zijn waarschijnlijk deels een gevolg van het feit dat de basisrekenvaardigheden niet voldoende ontwikkeld zijn. Leerlingen blijken voornamelijk de strategie van het tellen te gebruiken wat te maken zou kunnen hebben met het feit dat ze de rekenfeiten niet voldoende geautomatiseerd hebben. Hierdoor kunnen ze bij het formele rekenen geen gebruik maken van deze kennis en vallen ze terug op het tellen. Het beperkt inzetten van rekenstrategieën zou ook te maken kunnen hebben met een gebrek aan kennis over welke strategie het beste ingezet kan worden bij een som. Hier rijst de vraag hoe de strategieën het beste aangeboden kunnen worden. Verschillende onderzoekers hebben aangegeven dat de manier uit het realistisch rekenonderwijs waarbij leerlingen zelf een strategie bedenken minder geschikt lijkt voor zwakke rekenaars en taalzwakke leerlingen (zie § 1.5.1 en § 2.5). Voor deze leerlingen lijkt een meer directe instructie meer geschikt waarbij de leerkracht een strategie aanbiedt die de leerlingen het beste kunnen inzetten. Pas als leerlingen die strategie onder de knie hebben, wordt overwogen om ook andere strategieën aan te bieden. Malofeeva (2005) en Timmermans (2005) pleiten ervoor om in het rekenonderwijs een combinatie van verschillende didactieken toe te passen. Bij een dergelijke combinatie zou de leerkracht strategieën expliciet aanbieden, maar wordt wel gebruik gemaakt van de principes van het realistisch rekenonderwijs door het schematiseren en visualiseren van opgaven en het inbedden van het rekenonderwijs in betekenisvolle situaties. Het komen tot schema's en modellen gebeurt dan samen met de leerlingen zodat het voor hen betekenis krijgt. Ook het praten over het oplossen van problemen is van belang; hierbij is voor de leerkracht een duidelijke rol weggelegd in het helpen met verwoorden.
De problemen die leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen hebben met het oplossen van verhaalsommen lijken te maken hebben met hun taalvaardigheid en leesvaardigheid. Leerlingen filteren een opgave uit een verhaalsom door de kernwoorden er uit te halen, maar komen hier vaak in de problemen doordat ze zich teveel laten leiden door deze kernwoorden. Bij het zien van het woord 'meer' zullen ze bijvoorbeeld al snel denken dat ze iets moeten optellen, terwijl dit niet altijd zo is.

Op basis van de onderzoeken die in dit rapport beschreven zijn lijkt het erop dat er in het cluster 2 onderwijs veel aandacht besteed moet worden aan de goede rekenstart waar Gelderblom (2010) de nadruk op legt (zie § 2.1). Ook het automatiseren van de rekenfeiten verdient aandacht en moet gedurende de hele schoolloopbaan geoefend worden door iedere rekenles te starten met een korte automatiseringsoefening.

Ook het aanbod van verhaalsommen moet onder de aandacht blijven, omdat beide doelgroepen hier problemen mee hebben en ze in de praktijk wel met dit soort beschrijvingen en bewerkingen zullen moeten omgaan.
Verschillende onderzoekers waarschuwen voor het gebrek aan aanbod in het rekenonderwijs aan leerlingen met ESM en dove/slechthorende leerlingen. Het is daarom van belang om goed de doelen van het rekenonderwijs voor ogen te houden en het onderwijs daarnaar in te richten. Hierbij is het ook van belang de gebruikte rekenmethode kritisch te bekijken op wat wel en wat niet van belang is voor het bereiken van de doelen. De doelen voor het cluster 2 onderwijs kunt u terugvinden in de bijlagen bij dit rapport.
Ook het principe van convergente differentiatie vraagt aandacht. Het is van belang dat de leerlingen gezamenlijke instructie krijgen van de leerkracht waarbij ruimte is voor het voeren van gesprekjes over strategieën en voor het leren van elkaar. Na die gezamenlijke instructie gaan de betere leerlingen zelfstandig aan het werk en krijgen de zwakke leerlingen verlengde instructie. Deze vorm van differentiatie zal soms een behoorlijke aanpassing van de inrichting van het rekenonderwijs vragen, maar zonder de gezamenlijke instructie is het vaak onmogelijk om alle leerlingen voldoende instructie te geven.

Helaas moeten we op basis van dit rapport concluderen dat er nog weinig bekend is over rekenen bij leerlingen in het cluster 2 onderwijs en dat we hiermee wellicht meer vragen hebben gekregen dan antwoorden. Toch hopen we dat de handreikingen die in dit rapport zijn opgenomen u kunnen helpen in de praktijk van het rekenonderwijs in uw klas.

Literatuurlijst

Al-Hilawani, Y. (2000). Cognitive behaviour modification: a technique for teaching subtraction skills to hearing and deaf/hard-of-hearing elementary students. International *Journal of Rehabilitation Research, 23*, 217-225.

Allen, T.E. (1986). Patterns of academic achievement among hearing impaired students: 1974 and 1983. In A. N. Schildroth & M. A. Karchmer (Eds.), *Deaf children in America* (pp. 161-206). San Diego: College Hill Press.

Ansell, E., & Pagliaro, C.M. (2006). The relative difficulty of signed arithmetic story problems for primary level deaf and hard-of-hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 11*, 153-170.

Arvedson, P.J. (2002). Young children with specific language impairment and their numerical cognition. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 45*, 970-982.

Boswinkel, N., & Moerlands, F. (2003). Het topje van de ijsberg. In K. Groenewegen (Ed.), Nationale rekendagen 2002: Een praktische terugblik (pp. 103-114). Utrecht: Freudenthal Instituut.

Buijs, K. (2009). *Didactische aandachtspunten bij verbetertrajecten.* Digitale implementatiekoffer rekenpilots: http://www.rekenpilots.nl/implementatiekoffer/watertoedoet

Buijs, K., & van der Zwaart, P. (2006). Aandachtsgebieden voor een doorgaande lijn rekenen-wiskunde van po naar vmbo. Enschede: SLO

Bull, R., Espy, K.A., & Wiebe, S.A. (2008). Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years. *Developmental Psychology, 33*, 205–228.

Casey, B.M., Andrews, N., Schindler, H., Kersh, J.E., Samper, A., & Copley, J. (2008). The development of spatial skills through interventions involving block building activities. *Cognition and Instruction, 26*, 269-309.

Casey, B., Erkut, S., Ceder, I., & Mercer Young, J. (2008). Use of a storytelling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarten. *Journal of Applied Developmental Psychology, 29*, 29-48.

Clements, D.H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach.* New York: Routledge.

Cowan, R., Donlan, C., Newton, E.J., & Lloyd, D. (2005). Number skills and knowledge in children with specific language impairment. *Journal of Educational Psychology, 97*, 732-744.

Davis, S.M., & Kelly, R.R. (2003). Comparing deaf and hearing college students' mental arithmetic calculations under two interference conditions. *American Annals of the Deaf, 148*, 213-221.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology, 20*, 487-506.

Donlan, C., Cowan, R., Newton, E.J., & Lloyd, D. (2007). The role of language in mathematical development: Evidence from children with specific language impairments. *Cognition, 103*, 23-33.

Donlan, C., & Gourlay, S. (1999). The importance of non-verbal skills in the acquisition of place–value knowledge: Evidence from normally-developing and language-impaired children. *British Journal of Developmental Psychology, 17*, 1-19.

Easterbrooks, S.R. & Stephenson, B. (2006). An examination of twenty literacy, science, and mathematics practices used to educate students who are deaf or hard of hearing. *American Annals of the Deaf, 151*, 385-397.

Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen.* Enschede: Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen.

Fazio, B.B. (1994). The counting abilities of children with specific language impairment: A comparison of oral and gestural tasks. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 37*, 358-368.

Fazio, B.B. (1996). Mathematical abilities of children with specific language impairment: A 2-year follow-up. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 39*, 839-849.

Fazio, B.B. (1999). Arithmetic calculation, short-term memory, and language performance in children with specific language impairment: A 5-year follow-up. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 42*, 420-431.

Frostad, P., & Ahlberg, A. (1999). Solving story-based arithmetic problems: Achievement of children with hearing impairment and their interpretation of meaning. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 4*, 283-293.

Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development, 78*, 1343-1359.

Gelderblom, G. (2007). Elk kind kan leren rekenen! Effectieve zorg in de rekenles en de rol van de schoolleider. *Basisschoolmanagement, 20*, 1-6.

Gelderblom, G. (2010). *Effectief omgaan met zwakke rekenaars.* Amersfoort: CPS Onderwijsontwikkeling en advies.

Grimm, K.J. (2008). Longitudinal associations between reading and mathematics achievement. *Developmental Neuropsychology, 33*, 410-426.

Groenestijn, M., van (2006). Dyscalculie: een probleem van het kind of van het onderwijs? In M. Dolk & M. van Groenestijn (Eds.), *Dyscalculie in discussie* (pp. 64-70). Assen: Van Gorcum.

Hall, M., & Bavelier, D. (2010). Working memory, deafness, and sign language. In M. Marschark & P.E. Spencer (Eds.), *The Oxford handbook of deaf studies, language, and education*, Vol. 2 (pp. 458-472). New York: Oxford University Press.

Hecht, S.A., Torgesen, J.K., Wagner, R.K., & Rashotte, C.A. (2001). The Relations between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Differences in Mathematical Computation Skills: A Longitudinal Study from Second to Fifth Grades. *Journal of Experimental Child Psychology, 79*, 192–227.

Hoffman, L.M., & Gillam, R.B. (2004). Verbal and spatial information processing constraints in children with specific language impairment. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 47*, 114-125.

Hyde, M., Zevenbergen, R., & Power, D. (2003). Deaf and hard of hearing students' performance on arithmetic word problems. *American Annals of the Deaf, 148*, 56-64.

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007). The development of strategy use in elementary school children: Working memory and individual differences. *Journal of Experimental Child Psychology, 96*, 284-309.

Kelly, R.R. & Gaustad, M.G. (2007). Deaf college students' mathematical skills relative to morphological knowledge, reading level, and language proficiency. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 12*, 25-37.

Kelly, R.R., Lang, H.G., Mousley, K., & Davis, S.M. (2003). Deaf college students' comprehension of relational language in arithmetic compare problems. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 8*, 120-132.

Kelly, R.R., & Mousley, K. (2001). Solving word problems: more than word issues for deaf students. *American Annals of the Deaf, 147*, 251-262.

Kleemans, T., Segers, E., & Verhoeven, L. (in press). De achterstand op getalbegrip van kleuters met ernstige spraaktaalmoeilijkheden. *Van Horen Zeggen*.

Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool: Analyse en sleutels tot verbetering.* Amsterdam: KNAW.

Koponen, T. (2008). *Calculation and language: Diagnostic and intervention studies.* Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research, 340.

Koponen, T., Aro, T., Räsänen, P., & Ahonen, T. (2007). Language-based retrieval difficulties in arithmetic: A single case intervention study comparing two children with SLI. *Educational & Child Psychology, 24*, 98-107.

Koponen, T., Aro, T., & Ahonen, T. (2009). Conceptual knowledge-based strategy training in single-digit calculation: a single case intervention study in a child with specific language impairment. *European Journal of Special Needs Education, 24*, 259-275.

Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T., & Nurmi, J. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology, 97*, 220-241.

Koponen, T., Mononen, R., Räsänen, P., & Ahonen, T. (2006). Basic Numeracy in Children With Specific Language Impairment: Heterogeneity and Connections to Language. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 49*, 58–73.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009a). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*, 513-526.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009b). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*, 516-531.

Kritzer, K.L. (2009). Barely started and already left behind: A descriptive analysis of the mathematics ability demonstrated by young deaf children. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 14*, 409-421.

Kroesbergen, E.H., & van Luit, J.E.H. (2002). Teaching multiplication to low math performers: Guided versus structured instruction. *Instructional Science, 30*, 361-378.

Leenders, Y. (2009). Systematisch en planmatig werken aan rekenwiskundige ontwikkeling in de kleuterperiode. Digitale implentatiekoffer rekenpilots: http://www.rekenpilots.nl/implementatiekoffer/watertoedoet

Leybaert, J. & van Cutsem, M. (2002). Counting in sign language. *Journal of Experimental Child Psychology, 81,* 482–501.

Malofeeva, E.V. (2005). Meta-analysis of mathematics instruction with young children. Dissertation University of Notre Dame, Indiana.

Markey, C. (2000). *An investigation into the use of structured games to teach early fraction concepts to students who are deaf or hard of hearing*. Unpublished master's thesis Griffith University, Brisbane, Australia.

Markey, C., Power, D., & Booker, G. (2003). Using structured games to teach early fraction concepts to students who are deaf or hard of hearing. *American Annals of the Deaf, 148*, 251-258.

Moerlands, F., & van der Straaten, H. (2009). *Passend rekenwiskunde onderwijs voor alle leerlingen.* Digitale implementatiekoffer rekenpilots: http://www.rekenpilots.nl/implementatiekoffer/watertoedoet

National Mathematics Advisory Panel (2008). *Foundations for success: The final report of the national mathematics advisory panel.* U.S. Department of Education: Washington D.C.

Nunes, T. (2004). *Teaching mathematics to deaf children.* London: Whurr Publishers.

Nunes, T., Bryant, P., Burman, D., Bell, D., Evans, D., & Hallett, D. (2009). Deaf children's informal knowledge of multiplicative reasoning. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 14*, 260-277.

Nunes, T., Bryant, P., Burman, D., Bell, D., Evans, D., Hallett, D., & Montgomery, L. (2008). Deaf children's understanding of inverse relations. In M. Marschark & P. Hauser (Eds.), *Deaf cognition: Foundations and outcomes* (pp. 201-225). NY: Oxford University Press.

Nunes, T., & Moreno, C. (1998a). Is hearing impairment a cause of difficulties in learning mathematics? In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 227-254). London: Psychology Press.

Nunes, T., & Moreno, C. (1998b). The signed algorithm and its bugs. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 85-92.

Nunes, T., & Moreno, C. (2002). An intervention program for promoting deaf pupils' achievement in mathematics. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 7*, 120-133.

Opmeer, M.R. (2005). Vraagtekens bij realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Panama-Post, 24*, 25-28.

Pagliaro, C.M. (2010). Mathematics instruction and learning of deaf/hard-of-hearing students: What do we know? Where do we go? In M. Marschark & P.E. Spencer (Eds.), *The Oxford handbook of deaf studies, language, and education*, Vol. 2 (pp. 156-171). New York: Oxford University Press.

Pagliaro, C.M. & Ansell, E. (2002). Story problems in the deaf education classroom: frequency and mode of presentation. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 7*, 107-119.

Pagliaro, C.M., & Kritzer, K.L. (2005). Discrete mathematics in deaf education: A survey of teachers' knowledge and use. *American Annals of the Deaf, 150*, 251-259.

Passolunghi, M.C., Vercelloni, B., & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development, 22*, 165–184.

Ruijssenaars, A.J.J.M., van Luit, J.E.H., & van Lieshout, E.C.D.M. (2006). *Rekenproblemen en dyscalculie: Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling.* Rotterdam: Lemniscaat b.v.

Simmons, F., Singleton, C., & Horne, J. (2008). Brief report Phonological awareness and visual-spatial sketchpad functioning predict early arithmetic attainment: Evidence from a longitudinal study. *European Journal of Cognitive Psychology, 20*, 711-722.

Stoep, J.M.G.M. (2008). *Opportunities for early literacy development: evidence for home and school support.* Dissertatie Radboud Universiteit Nijmegen.

Swanwick, R., Oddy, A., & Roper, T. (2005). Mathematics and deaf children: An exploration of barriers to success. *Deafness & Education International, 7*, 1-21.

Timmermans, R. (2005). *Addition and subtraction strategies: Assessment and instruction.* Dissertatie Radboud Universiteit Nijmegen.

Traxler, C.B. (2000). The Stanford Achievement Test, 9th edition: National norming and performance standards for deaf and hard-of-hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 5*, 337-348.

Treffers, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (2009). *Jonge kinderen leren rekenen: Tussendoelen annex leerlijnen – Hele getallen onderbouw basisschool.* Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., Buys, K., & Treffers, A. (2001). *Kinderen leren rekenen: Tussendoelen annex leerlijnen - Hele getallen bovenbouw basisschool.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Van der Craats, J. (2007). Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen. *Nieuw Archief voor Wiskunde, 8*, 132-136.

Van Lieshout, E. (2006). Rekenstoornissen en dyscalculie: enkele non-specifieke cognitieve verklaringen. In M. Dolk & M. van Groenestijn (Eds.), *Dyscalculie in discussie* (pp. 6-15). Assen: Van Gorcum.

Van Luit, J.E.H., & Schopman, E.A.M. (2000). Improving early numeracy of young children with special educational needs. *Remedial and Special Education, 21*, 27-40.

Van Luit, J.E.H., & van de Rijt, B.A.M. (2009). *Utrechtse Getalbegrip Toets-Revised*. Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.

Veenman, S. (1996). Effectieve instructie in het special onderwijs. *Speciaal Onderwijs, 66*, 123-131.

Veenman, S., Lem, P., Roelofs, E., & Nijssen, F. (1993). *Effectieve instructie en doelmatig klassenmanagement: Een schoolverbeteringsprogramma voor enkelvoudige en combinatieklassen.* Lisse: Swets & Zeitlinger.

Young-Loveridge, J.M. (2004). Effects on early numeracy of a program using number books and games. *Early Childhood Research Quarterly, 19*, 82-98.

Zarfaty, Y., Nunes, T., & Bryant, P. (2004). The performance of young deaf children in spatial and temporal number tasks. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 9*, 315-326.

Interessante websites

Algemeen:

http://www.taalenrekenen.nl/

http://www.fi.uu.nl/ (Freudenthal Instituut)

http://www.fi.uu.nl/talbovenbouw/overtalproject.html

http://www.fi.uu.nl/speciaalrekenen/welcome.html

http://www.rekenpilots.nl/

http://www.menne-instituut.nl/

http://www.goedrekenonderwijs.nl/

http://www.kennisnet.nl/

www.nvorwo.nl

Oefenen:

http://www.zoleerjekinderenrekenen.nl/

http://www.fi.uu.nl/rekenweb/

http://www.rekenbeter.nl/default.aspx

http://www.ambrasoft.nl/

http://thuis.ambrasoft.nl/wps/portal/ambrasoft/

http://www.hwv-software.nl/

http://tafels.moor-software.com/

http://www.onlineklas.nl/ (tafels oefenen)

http://www.lereniseenmakkie.nl/

http://www.woordkasteel.com/sommenwebsite/indexsp.htm

http://www.leestrainer.nl/Leerlijn%20Rekenen/index.htm (cijferen, meten, geld klokkijken, grafieken, breuken en procenten, groep 3-8)

http://www.woordenhaai.nl/webwinkel.aspx?page=Cijferhaai (remediërend oefenprogramma: getalbegrip en rekenvaardigheden)

http://www.thiememeulenhoff.nl/allestelt/

http://www.meestermichael.nl/

http://wp.digischool.nl/rekenen/

http://www.kedg.nl/mont/klok.html (klokkijken)

http://www.dadsproject.com/klokkijken/klokkijken.php (klokkijken)

http://www.oswego.org/ocsd-web/games/stoptheclock/sthec4.html (klokkijken)

Materiaal:

http://www.tbraams.nl/hulpmiddelen/opzoekboekje.php

http://www.kwaak.nu/ (getallenmaatje voor leerlingen die eenheden en tientallen verwisselen) http://www.sommenmaker.nl/ (werkbladen maken)

http://www.correctaleerhulp.nl/cl/index.jsp (Dartel: remediërend en aansluitend bij o.a. Wis en Reken)

http://www.educatheek.nl/

http://www.klokrekenen.nl/ (werkbladen klokkijken maken)

http://www.muiswerk.nl/

www.nvorwo.nl

Overig:

http://www.klassewerk.com/ (trainingen rekenflat en tafeltoren)

Handreikingen voor de praktijk van het rekenonderwijs

Groep 1 en 2

Algemeen

- Tijdsinvestering: onderstaande tabel geeft een indicatie van de tijdsverdeling per week over de domeinen die in groep 1 en 2 aan bod moeten komen (Leenders, 2009; Kwaliteitskaart Een goede rekenstart voor kleuters, Rekenpilots, 2010).

Tabel 1. Tijdsinvestering voor rekenwiskundeonderwijs in groep 1 en 2 (Uit Leenders, 2009).

Inhoud	*Tijd*
Tellen en getalbegrip	Dagelijks 15-20 minuten
Meten	Wekelijks 2x in spelhoek, betekenisvol 1x per week 10-15 minuten gericht in kring of aan groepstafel
Meetkunde[a]	Wekelijks 2x, 10-15 minuten
Tijd	Wekelijks 3-5x, 15 minuten

[a] De term meetkunde komt overeen met het domein ruimtelijke oriëntatie in de doelen.

- Gelderblom (2010) geeft een aantal aandachtspunten voor een goede rekenstart:
  - meetbare, hoge doelen stellen, ook voor risicoleerlingen
  - vroeg beginnen: niet wachten tot leerlingen 'er aan toe zijn'
  - structureel aanbod
  - vroegtijdig signaleren met de Utrechtse Getalbegrip Toets (UGT, Van Luit et al., 2009). Veel voorkomende kenmerken van risicoleerlingen in groep 1 en 2 zijn (Kwaliteitskaart Een goede rekenstart voor kleuters, Rekenpilots, 2010):
    - de cijfers nog niet kennen
    - kleine hoeveelheden niet in een keer herkennen (subiteren)
    - ondanks een goed aanbod weinig letters kennen
    - ondanks een goed aanbod nog niet tot tien kunnen tellen
    - veel extra ondersteuning nodig hebben
    - niet geïnteresseerd zijn in tellen en telspelletjes
  - effectieve interventies in kleine kring: Denk hierbij aan remediërende programma's zoals Als speciale kleuter tel je ook mee (www.graviant.nl). Dit programma is speciaal gericht op de telvaardigheid. Ook de voorschotbenadering kan ingezet worden: deze richt zich op tellen, getalbegrip en benoemsnelheid. De voorschotbenadering houdt in dat er bij leerlingen bij wie de rekenontwikkeling langzaam op gang komt niet gewacht wordt tot ze 'er aan toe zijn', maar dat er actief gehandeld wordt (Kwaliteitskaart Een goede rekenstart voor kleuters, Rekenpilots, 2010).

Wiskundig inzicht en handelen

- Zorg voor voldoende interactie tussen de leerlingen en tussen leerkracht en leerlingen waarbij kinderen de gelegenheid krijgen om zich de rekentaal eigen te maken (Treffers et al., 2009).
- Zorg voor een systematische opbouw bij het aanleren van de koppeling tussen een concrete hoeveelheid en het cijfersymbool (Kleemans et al., in press). Leg eerst in alledaagse situaties expliciet de koppeling tussen de concrete hoeveelheid en het cijfersymbool (het Arabisch getal) en werk dan pas alleen met het cijfersymbool zonder de concrete hoeveelheid.

Getallen en bewerkingen

- TAL-team (Treffers et al., 2009): Jonge kinderen leren rekenen: in deze uitgave worden praktische handreikingen gegeven voor het stimuleren van de ontwikkeling van tellen en getalbegrip. Op de bijbehorende Cd-rom staan videofragmenten met voorbeelden van onderwijsactiviteiten.
  - Zorg voor natuurlijke en betekenisvolle situaties.
  - Aandacht besteden aan tel-, zang- en bewegingsspelletjes om de telrij tot 10 te leren.
  - Aandacht besteden aan het gevarieerd opzeggen van de telrij tot 10.
  - Ruime aandacht besteden aan schat-, tel- en rekenraadsels met concrete objecten voor de ontwikkelingen van het ordenen, vergelijken, schatten en tellen.
- Subiteren: doe spelletjes met de leerlingen om aandacht te besteden aan het overzien van kleine hoeveelheden zonder te tellen (Clements & Sarama, 2009). Denk hierbij aan spelletjes waarbij je een hoeveelheid stippen of andere vormen kort (2 seconden) laat zien en vraag ze om een zelfde hoeveelheid na te tekenen of om het aantal te noemen. Denk er hierbij aan dat je simpele vormen gebruikt en dat er verder niks op de kaartjes staat dat voor afleiding kan zorgen. Begin met makkelijke patronen en maak die geleidelijk aan wat moeilijker. Besteed hierbij ook aandacht aan het herkennen van patronen van aantallen zodat ze dit later kunnen gebruiken als er meer voorwerpen getoond worden.
- Laat kinderen hun vaardigheid tot subiteren inzetten om hoeveelheden verkort te tellen, bijvoorbeeld door verder te tellen vanaf het aantal dat ze in een keer herkend hebben (Buijs, 2009).
- Synchroon tellen: Laat leerlingen die nog moeite hebben met het synchroon tellen de voorwerpen aanwijzen. Vraag de leerlingen langzaam en nauwkeurig te tellen en leer ze dat ze de getelde voorwerpen een stukje opzij kunnen leggen (Clements & Sarama, 2009). Doe dit voor als leerlingen er moeite mee hebben.

- Laat kinderen verschillende strategieën zien voor het systematisch en structurerend tellen: van links naar rechts, van boven naar onder, getelde voorwerpen verplaatsen, de getelde voorwerpen van een kruisje of sticker voorzien, voorwerpen in een herkenbaar patroon leggen om ze te tellen (Buijs, 2009).
- Laat bij activiteiten rondom het tellen de volgende typen vragen aan de orde komen (Buijs, 2009):
    - Hoeveel zijn het er? Wat is een handige manier om daar achter te komen?
    - Waar zijn er meer van? Hoe weet je dat?
    - Hoeveel zouden er zijn als ik er twee weghaal? Hoe kun je daar op een handige manier achterkomen? En als ik er drie bij doe?
    - Hoeveel groepjes van twee kun je maken? En hoeveel groepjes van drie? Hoe weet je dat?

Meten en meetkunde

- Voor de ontwikkeling van de ruimtelijke oriëntatie is het belangrijk dat kinderen zich kunnen bewegen in de ruimte (Clements & Sarama, 2009). Zorg voor opdrachten die ze daadwerkelijk kunnen uitvoeren, in de klas, op school of buiten.
- Voor het herkennen van vormen is het van belang met leerlingen te bespreken wat ze zien in een figuur. Zo leren ze de verschillende vormen kennen en leren ze figuren uit verschillende invalshoeken te bekijken.
- Zorg voor een rijk aanbod aan verschillende vormen en varianten van die vormen, zodat leerlingen een rijk beeld van die vormen kunnen ontwikkelen (Clements & Sarama, 2009).
- Laat leerlingen in aanraking komen met verschillende varianten van vormen, maar ook met varianten die niet bij een bepaalde vorm horen. Leerlingen leren zo wat de specifieke kenmerken van een bepaalde vorm zijn.
- Zorg ervoor dat het meten van lengte/gewicht/inhoud betekenis heeft voor leerlingen. Het meten moet een middel zijn, niet een doel op zich (Clements & Sarama, 2009).
- Sluit aan bij het taalgebruik van leerlingen als ze voorwerpen vergelijken met woorden als ‘langer’, ‘groter’ of even groot’ gebruiken. Ga in op de vergelijking en probeer de woordenschat op dit gebied uit te breiden.

Groep 3 en 4

Algemeen

- Laat leerlingen geen oefeningen tot automatisering doen zonder dat ze begrijpen wat ze doen. Het memoriseren van feiten heeft geen zin als je niet begrijpt wat je doet (Clements & Sarama, 2009). Leer altijd eerst een strategie aan in een betekenisvolle situatie en laat de leerlingen daarna pas oefenen. Niet alleen het oplossen van de sommen moet automatisch verlopen, ook het toepassen van de strategieën moet vloeiend gaan.

Wiskundig inzicht en handelen

- Laat leerlingen zelf verhalen bedenken bij de sommen om de koppeling te maken tussen het verhaal en de rekentaal. De som kan dan met concreet materiaal uitgerekend worden (Kwaliteitskaart Groep 3: Rekenen t/m 10 en Groep 3/4: Rekenen tot 20, Rekenpilots). Dit is van belang om te begrijpen wat optellen en aftrekken eigenlijk is.
- Zorg er bij het gebruik van plaatjes voor dat deze relevante informatie bevatten. Plaatjes die alleen decoratief zijn, maar niet ondersteunen bij het oplossen van een som zijn afleidend (Clements & Sarama, 2009). Let hier ook op in de methode, zodat je weet wanneer je de aandacht op de plaatjes moet vestigen en wanneer niet.

Getallen en bewerkingen

- Bij het leren van de telrij tot 100 is het zinvol om eerst de telrij van de tienen in te prenten en dan pas de totale getallenrij tot 100 te oefenen (Treffers et al., 2009).
- Koppel het opzeggen en noteren van de telrij aan elkaar (Treffers et al., 2009).
- Start elke les met een korte automatiseringsoefening van 5 tot 10 minuten (Buijs, 2009; Kwaliteitskaart Inoefenen Rekenen, Rekenpilots). Zorg dat er tempo in de oefening zit, zorg dat alle leerlingen betrokken zijn, geef feedback en zorg voor opbouw in de oefening van eenvoudig naar moeilijk.
- Volgens het TAL-team (Treffers et al., 2009) moet er naast het gerichte oefenen met als doel het automatiseren en memoriseren aandacht zijn voor het productieve oefenen. Hierbij gaat het om het probleemgericht oefenen. Leerlingen bedenken hier bijvoorbeeld zelf sommen bij een verhaal of ze bedenken sommen die allemaal dezelfde uitkomst hebben. Bij dit soort oefeningen kunnen alle leerlingen op hun eigen niveau mee doen.
- Besteed bij het rekenen tot 10 voldoende aandacht aan het splitsen. Voor zwakke rekenaars is het vaak moeilijk om het splitsen te verbinden met de context en om de transfer naar andere contexten te maken. Laat deze leerlingen zelf splitsverhalen

bedenken en oefen daarna met het uitrekenen van die splitsingen (Kwaliteitskaart Groep 3: Rekenen t/m 10, Rekenpilots).

- Maak leerlingen ervan bewust dat wat ze al weten over getallen en getalbeelden makkelijk ingezet kan worden bij het leren optellen en aftrekken over de 10 (Buijs, 2009). Maak leerlingen bijvoorbeeld bewust van het feit dat ze de (bijna) dubbelen en de vriendjes van 10 al kennen.
- Beperk het aantal strategieën tot maximaal drie efficiënte aanpakken, bijvoorbeeld het aanvullen tot 10, het leegmaken tot 10 of het gebruik maken van de vijfstructuur op het rekenrek.
- Laat het optellen en aftrekken over de 10 niet tegelijkertijd verkennen, maar introduceer het aftrekken als de leerlingen het optellen al aardig onder de knie hebben (Buijs, 2009).
- Gebruik bij het rekenen tot 20 met tientaloverschrijding het ‘rekenen via de 10’ als basisstrategie. Hiervoor is het van belang dat het splitsen geautomatiseerd is en de vriendjes van 10 gekend zijn.

  Andere strategieën zijn (bijna) dubbelen, halveren en aanvullen, maar leer het rekenen via de 10 als basisstrategie aan (Kwaliteitskaart Groep 3/4: Rekenen tot 20, Rekenpilots).
- Als de leerlingen opgaven goed kunnen oplossen met het rekenrek is het van belang aandacht te besteden aan de overgang naar het werken zonder het rekenrek. Hierbij is het verwoorden van de aanpak van belang (Buijs, 2009). De leerkracht doet dit verwoorden regelmatig voor.

  Bij het werken met het rekenrek zijn de volgende fasen van belang (Kwaliteitskaart Groep 3: Rekenen t/m 10 en Groep 3/4: Rekenen tot 20, Rekenpilots):
  - getalbeelden inoefenen: opzetten van getallen, aflezen van getallen en het inslijpen van getalbeelden met flitskaarten
  - optellen en aftrekken met het rekenrek
  - doen: handelen op het rekenrek
  - kijken: kijken naar het rekenrek
  - voorstellen: denken aan het rekenrek
- Biedt zwakke rekenaars extra instructietijd door verlengde instructie. Maak bij deze leerlingen goed gebruik van modellen zoals het rekenrek, de kralenketting of eierdozen.

<u>Meten en meetkunde</u>

- Zorg ervoor dat de verschillende domeinen niet naast elkaar verlopen, maar dat er een koppeling is tussen bijvoorbeeld het rekenen (getallen en bewerkingen) en het meten. Het TAL-team (Treffers et al., 2009) geeft hiervoor goede tips.

- Om leerlingen plattegronden te laten begrijpen, is het handig om bij de instructie in eerste instantie te zorgen voor een één-op-één relatie tussen de plattegrond en de werkelijkheid. Zo begint het begrip van plattegronden en de symbolen die er op gebruikt worden.
- Zorg ervoor dat het meten van lengte/gewicht/inhoud betekenis heeft voor leerlingen. Het meten moet een middel zijn, niet een doel op zich (Clements & Sarama, 2009).

Groep 5 t/m 8

Algemeen

- Laat leerlingen geen oefeningen tot automatisering doen zonder dat ze begrijpen wat ze doen. Het memoriseren van feiten heeft geen zin als je niet begrijpt wat je doet (Clements & Sarama, 2009). Leer altijd eerst een strategie aan in een betekenisvolle situatie en laat de leerlingen daarna pas oefenen. Niet alleen het oplossen van de sommen moet automatisch verlopen, ook het toepassen van de strategieën moet vloeiend gaan.
- Blijf eenmaal verworven rekenvaardigheden (zoals rekenen tot 100) oefenen en herhalen (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).
- Geef zwakke rekenaars meer tijd en herhaling in de vorm van pre-teaching en verlengde instructie. Blijf deze leerlingen instructie geven (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).
- Langere tijd achter elkaar zelfstandig werken is niet effectief voor zwakke leerlingen (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

- Programma schoolverlaters: Om de overgang naar het voortgezet onderwijs soepel te laten verlopen is er een programma op de markt voor schoolverlaters met minimaal een jaar achterstand op hun leeftijdgenoten. Dit programma heet "Aandachtsgebieden voor een doorgaande lijn rekenen en wiskunde van PO naar VMBO" (Buijs & van der Zwaart, 2006) en richt zich op de volgende gebieden: breuken, procenten en verhoudingen, kommagetallen, schattend rekenen, meetkunde, werken met tabellen, grafieken e.d., werken met de rekenmachine. Het programma bestaat uit 35 lessen die een duidelijke link leggen naar de praktijk, bijvoorbeeld door lessen over koken, afstand meten of geld verdelen.

Wiskundig inzicht en handelen

- Zorg dat leerlingen het splitsen in honderdtallen, tientallen en eenheden (later ook duizendtallen) begrijpen voor ze gaan rekenen met deze grotere getallen (Clements & Sarama, 2009). Ga niet te snel over op het gebruik van algoritmen (kolomsgewijs rekenen, cijferend rekenen, etc.), maar zorg eerst dat ze begrijpen wat ze doen. Hiervoor is het van belang dat het onderwijs zich richt op het begrip in plaats van op het volgen van de juiste stappen. Eerst begrip, dan de procedures!
- Om de tafels te kunnen leren, moeten leerlingen begrijpen wat vermenigvuldigen is. Laat leerlingen regelmatig verhalen bedenken bij sommen. De leerlingen laten die verhalen vervolgens zien met materiaal en kunnen het verhaal laten zien met sprongen op de getallenlijn (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).

- Bij de introductie van het vermenigvuldigen is het belangrijk dat de taal- en begripsontwikkeling rondom vermenigvuldigingssituaties gestalte krijgt. Van daaruit kan verkend worden hoe je de oplossing voor vermenigvuldigingssituaties kunt achterhalen. Dit verloopt via het herhaald optellen (groep 4) naar het verdubbelen of het herkennen van een patroon en het gebruiken van bekende keersommen als steunpunt (Buijs, 2009).

Getallen en bewerkingen
- Maak als school een keuze tussen kolomsgewijs rekenen en cijferen. Zorg ervoor dat deze strategieën niet door elkaar worden aangeboden (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

Rekenen tot 100:
- Start elke les met een korte oefening van 5 tot 10 minuten ter automatisering en memorisering van rekenfeiten (Buijs, 2009; Kwaliteitskaart Inoefenen Rekenen, Rekenpilots). Zorg dat er tempo in de oefening zit, zorg dat alle leerlingen betrokken zijn, geef feedback en zorg voor opbouw in de oefening van eenvoudig naar moeilijk.
- Bij het optellen en aftrekken tot 100 wordt in eerste instantie nog structuurmateriaal gebruikt zoals de kralenketting (groep 5). Vervolgens worden strategieën als de rijgaanpak (op getallenlijn) en splitsen en compenseren ingezet. De handelingen worden steeds meer uit het hoofd uitgevoerd, maar leerlingen hebben vaak de getallenlijn nog nodig.
  Gebruik de kralenketting bij de oriëntatie in de getallenrij tot 100, maar ga bij het rekenen over op de lege getallenlijn.
- Besteed bij de overgang van het werken op de lege getallenlijn naar uit het hoofd rekenen aandacht aan het verband tussen de getallenlijn en de somnotatie (Buijs, 2009).
- Bij het rekenen tot 100 wordt het rijgen als de basisstrategie aangeleerd. Pas als leerlingen deze strategie onder de knie hebben worden andere strategieën zoals splitsen, rekenen met teveel, rekenen langs een rond getal en aanvullen aangeleerd (Kwaliteitskaart Groep 4: Rekenen tot 100, Rekenpilots). Voor zwakke rekenaars kan het aanvullen geleerd worden in een herkenbare context (geld of meten).

Tafels:
- Maak bij het aanleren van de tafels gebruik van strategieën. Probeer leerlingen vooral te richten op de steunpunten 2x, 5x en 10x. Als leerlingen aan die steunpunten de strategie van één keer meer of één keer minder toevoegen, kunnen ze bijna alle

sommen uitrekenen (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).
- Ga altijd uit van de keersommen die leerlingen al weten en laat die als hulpsommen dienen voor het oplossen van andere sommen uit de tafel (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).
- Gebruik voor het aanleren van de tafels spelletjes zoals tafelbingo, tafeldomino of tafelkwartet (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).
- Geef zwakke rekenaars alleen in groep 5 een rekenkaart met de steunpunten 2x, 5x en 10x. Als de rekenkaart te lang gebruikt wordt, levert dit problemen op in de bovenbouw (Kwaliteitskaart Groep 4/5: Tafels van vermenigvuldiging, Rekenpilots).

Breuken, kommagetallen, verhoudingen, procenten:
- Laat zwakke rekenaars niet cijferen of kolomsgewijs rekenen met grote getallen of kommagetallen. In de praktijk zullen leerlingen hier een globale schatting maken of een rekenmachine gebruiken (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).
- Richt je bij zwakke rekenaars vooral op het elementair getalbegrip als het gaat om breuken, kommagetallen, verhoudingen en procenten. Het kunnen vergelijken van bijvoorbeeld breuken of kommagetallen en het kunnen plaatsen op een getallenlijn zijn meer van belang dan bewerkingen. Bewerkingen komen op de tweede plaats (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

Verhaalsommen:
- Zorg er bij verhaalsommen in eerste instantie voor dat je de makkelijkste formulering eerst gebruikt (Clements & Sarama, 2009). Als kinderen de sommen dan kunnen oplossen, introduceer je dezelfde sommen met een moeilijkere formulering.
- Laat leerlingen verhaalsommen visueel weergeven door het uit te tekenen (Clements & Sarama, 2009; Nunes, 2004), bijvoorbeeld: “Frank heeft 6 snoepjes. Hij heeft er 3 meer dan Ankie. Hoeveel snoepjes heeft Ankie?”. Leerlingen kunnen het aantal snoepjes van Frank weergeven door vierkantjes en die van Ankie door rondjes. Zo wordt zichtbaar hoeveel Ankie er heeft.

<u>Meten en meetkunde</u>
- Zorg ervoor dat het meten van lengte/gewicht/inhoud betekenis heeft voor leerlingen. Het meten moet een middel zijn, niet een doel op zich (Clements & Sarama, 2009). Laat leerlingen echte problemen oplossen.

- Besteed bij zwakke rekenaars in de bovenbouw ruimte aandacht aan meten, rekenen met geld en grafieken. Deze onderdelen zijn van belang in het voortgezet onderwijs (Kwaliteitskaart Zwakke rekenaars in de bovenbouw, Rekenpilots).

Bijlagen

Bijlage A: Checklist rekenen groep 1 en 2

Bijlage B: Checklist rekenen groep 3

Bijlage C: Checklist rekenen groep 4

Bijlage D: Checklist rekenen groep 5

Bijlage E: Checklist rekenen groep 6

Bijlage F: Checklist rekenen groep 7

Bijlage G: Checklist rekenen groep 8

Bijlage H: Checklist pluscategorie Leerlijn Cluster 2

Bijlage A: Checklist rekenen groep 1 en 2

Groep 1	Datum:	Datum:	Groep 2	Datum:	Datum:
Wiskundig inzicht en handelen					
1.1. Ordeningsbegrippen begrijpen en actief hanteren					
Begrijpt bewerkingsbegrippen			***Begrijpt ordeningsbegrippen***		
samen			meer, minder, evenveel		
bij elkaar			kort, lang		
verdelen			breed, smal		
			hoog, laag		
			dik, dun		
			nat, droog		
			voor, achter		
			licht, zwaar		
Begrijpt ordeningsbegrippen			***Hanteert ordeningsbegrippen***		
klein			alle		
vol			geen		
leeg			niets		
boven			veel		
onder			weinig		
			eerste		
			laatste		
			middelste		
			naast		
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken					
begrijpt dat aantal weergegeven kan worden door afbeelding en andersom (4 kopjes en 4 afbeeldingen van kopjes)			begrijpt dat aantal weergegeven wordt door vervangers van objecten (vingers, blokjes, etc.)		
			begrijpt dat hoeveelheid weergegeven wordt door cijfersymbolen		
			kent cijfersymbolen tot 20		
Getallen en bewerkingen					
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn					
telt heen en terug tot 10 met rijmpje/liedje			telt voorwerpen synchroon tot 10		
telt voorwerpen asynchroon			noemt na het tellen van voorwerpen het juiste aantal		
telt voorwerpen tot 5 synchroon			telt vanaf een willekeurig getal door tot tenminste 10 (evt. met materiaal)		
ordent voorwerpen om ze te			telt terug vanaf 10		

tellen					
			kent buurgetallen van 10		
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur					
vertelt spontaan of ergens één, twee of drie van zijn			overziet hoeveelheden van vier ineens zonder tellen (subiteren)		
			weet hoeveel voorwerpen geteld zijn en houdt dit even vast		
5.1 Optellen en aftrekken					
			zegt bij aantallen tot 10 wat er gebeurt als één erbij komt of één eraf gaat		
			begrijpt een eenvoudig optel- of aftrekprobleem en lost dit op		
7.1 Handig rekenen					
			legt hoeveelheden tot 5 zo neer dat hij handig kan tellen		
			legt bij vergelijken hoeveelheden zo neer dat hij handig kan vergelijken		
			legt hoeveelheden tot 5 zo neer dat hij handig kan tellen		
Meten en meetkunde					
10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren					
Herkent basisvormen			***Benoemt vormen***		
vierkant			vierkant		
rechthoek			rechthoek		
cirkel			cirkel		
driehoek			driehoek		
Construeert door navouwen:			***Vouwt voorwerpen na*** als vlieger, huis, envelop		
schuine vouw					
recht kruis					
schuin kruis					
vouwpatroon dat zestien vierkantjes oplevert					
			bouwt iets eenvoudigs na met blokjes		
			benoemt waar iets is (voor, achter, dichtbij, ver weg)		

Ruimtelijke begrippen (met blokjes)					
			voor		
			achter		
			in		
			op		
			naast		
			onder		
			boven		
			links		
			rechts		
			tussen		
			tegenover		
			vooraan		
			achteraan		
			in het midden		
			middelste		
			laatste		
			dichtbij		
			ver weg		
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte					
ordent voorwerpen van kort naar lang			vergelijkt op het oog of door overgieten twee inhouden		
			vergelijkt twee voorwerpen op gewicht		
11.2. Meten van tijd					
heeft besef van dagritme (ochtend, middag, avond, nacht) vanuit herkenbare gebeurtenissen			kent begrippen ‘duurt lang’ en ‘duurt kort’		
			begrijpt ‘op tijd zijn’ en ‘te laat komen’		
			begrijpt relatie tussen klok en tijd		
			benoemt morgen, middag, avond, gisteren, vandaag		
			begrijpt met picto’s volgorde dagen in de week		
			kent begrippen ‘duurt lang’ en ‘duurt kort’		
11.3. Geldrekenen					
			betaalt met 1 t/m 5 namaakmunten		
			weet dat iets van 5 euro duurder is dan iets van 4 euro		

Bijlage B: Checklist rekenen groep 3

Wiskundig inzicht en handelen	**Datum:**	**Datum:**	**Datum:**	**Opmerkingen:**
1.1. Ordeningsbegrippen begrijpen en actief hanteren				
Bewerkingsbegrippen begrijpen				
samen				
bij elkaar doen				
verdelen				
eraf halen				
Bewerkingsbegrippen gebruiken				
samen				
bij elkaar doen				
verdelen				
eraf halen				
Hoeveelheidsbegrippen:				
meer				
minder				
evenveel				
een minder				
een meer				
een paar				
Begrippen:				
snel				
langzaam				
dichtbij				
bovenaan/onderaan				
achteraan/vooraan				
vroeg				
laat				
eerder				
vroeger				
later				
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken				
koppelt cijfersymbool aan hoeveelheid				
koppelt hoeveelheid aan cijfersymbool				
notatie -> (vooruit) is +				
notatie <- (terug) is -				
somformule optellen				
somformule aftrekken				
somtekens +, - en =				
splitsschema (T)				
Getallen en bewerkingen				
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn				
benoemt ontbrekende getallen op getallenlijn tot 20				
telt door vanaf willekeurig getal tot 20				

telt terug vanaf willekeurig getal onder 20 tot 0				
telt tot 20 met sprongen van 2				
telt terug vanaf 20 met sprongen van 2				
telt verkort tot 20 m.b.v. 5-structuur				
telt verkort tot 20 m.b.v. 10-structuur				
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur				
overziet hoeveelheden tot 5 ineens vanuit dobbelsteenpatroon en vingers				
overziet hoeveelheden tot 6 ineens vanuit dobbelsteenpatroon en vingers				
maakt bij inzet rekenrek gebruik van dubbelstructuur				
maakt bij inzet rekenrek gebruik van 5-structuur				
maakt bij inzet rekenrek gebruik van 10-structuur				
splitst hoeveelheid tot 10 m.b.v. concreet materiaal vanuit een context				
splitst hoeveelheid tot 10 m.b.v. splitsschema (T), zonder concreet materiaal				
5.1. Optellen en aftrekken				
telt op tot 10 m.b.v. materiaal				
trekt af tot 10 m.b.v. materiaal				
telt op tot 10 m.b.v. structuren				
trekt af tot 10 m.b.v. structuren				
telt op tot 10 m.b.v. somnotatie				
trekt af tot 10 m.b.v. somnotatie				
optelsommen tot 10 geautomatiseerd				
aftrekken sommen tot 10 geautomatiseerd				
5.2. Vermenigvuldigen en delen				
verdeelt concrete hoeveelheden eerlijk vanuit context				
benoemt eerlijk verdeelde concrete hoeveelheden tot 20				
6.1 Schattend rekenen				
schat tot 10 vanuit een betekenisvolle context				
schat bij twee hoeveelheden wat meer/minder is				
7.1. Handig rekenen				
legt hoeveelheden tot 10 overzichtelijk neer, om te tellen				
legt grotere hoeveelheden overzichtelijk neer, om te tellen				
gebruikt structuren (dobbelsteen, 5-,10- en dubbelstructuur)				
Meten en meetkunde				
10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren				
ziet dat bij spiegelen een symmetrisch evenbeeld				

ontstaat				
loopt een route met aanwijzingen als linksaf, rechtsaf, rechtdoor				
kan een reeks voortzetten				
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte				
vergelijkt binnen een context voorwerpen m.b.v. stroken of touw				
meet met maateenheden als stap, voet, of 'meterstrook'				
vergelijkt inhoud met maten als kopje/beker/lepel				
kan verschil in gewicht onderscheiden op gevoel				
11.2. Meten van tijd				
legt een logische reeks en vertelt bijpassend verhaal				
11.3. Geldrekenen				
kan met 1-euromunten betalen tot 10 euro				
kan met munten van 1 en 2 euro betalen tot 10 euro				

Bijlage C: Checklist rekenen groep 4

Wiskundig inzicht en handelen	**Datum:**	**Datum:**	**Datum:**	**Opmerkingen:**
1.1. Ordeningsbegrippen begrijpen en actief hanteren				
Hanteert bewerkingsbegrippen binnen context				
eerlijk verdelen				
gelijk maken				
erbij doen				
eraf halen				
twee keer zoveel				
de helft				
splitsen				
Hanteert bewerkingsbegrippen zonder context				
eerlijk verdelen				
gelijk maken				
verdelen				
erbij doen				
eraf halen				
twee keer zoveel				
de helft				
splitsen				
Hanteert rangtelwoorden				
eerste, vierde, tiende etc.				
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken				
begrijpt schematische weergave getallenlijn ter vervanging van concreet materiaal				
begrijpt dat groepjesmodel herhaalde optelling of vermenigvuldiging inhoudt				
begrijpt somformule vermenigvuldigen (X teken)				
Getallen en bewerkingen				
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn				
telt door vanaf willekeurig getal tot 100				
telt terug vanaf willekeurig getal onder 100 tot 0				
hangt kaartjes aan 100-kralensnoer op juiste plek				
geeft op schematische getallenlijn tot 100 aan waar getal zich bevindt				
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur tot 100				
bedenkt ….. splitssommen vanaf willekeurig getal tot 100				
splitst en stelt getal tot 100 samen vanuit tientallen en eenheden m.b.v. concreet materiaal				

splitst en stelt getal tot 100 samen vanuit tientallen en eenheden zonder inzet concreet materiaal				
weet volgend tiental bij getal tot 100 en kan m.b.v. concreet materiaal aanvullen tot volgend tiental				
5.1. Optellen en aftrekken tot 20				
telt op tot 20 zonder tientaloverschrijding naar analogie van sommen tot 10				
trekt af tot 20 zonder tientaloverschrijding naar analogie van sommen tot 10				
lost sommen tot 20 met tientaloverschrijding op m.b.v. structureermateriaal (rekenrek)				
5.2. Vermenigvuldigen en delen				
benoemt hoeveelheid verkregen voorwerpen bij verdubbeling of bij 2x zoveel tot 10				
lost contextproblemen op m.b.v. eerlijk verdelen en opdelen				
herkent vermenigvuldigsituatie en maakt som				
herkent vermenigvuldigsituatie in afgebeelde situatie				
begrijpt dat ...x ... staat voor verschillende situaties rondom ... groepjes van ...				
lost vermenigvuldigsom op via herhaald optellen				
6.1 Schattend rekenen				
schat tot 20 vanuit een betekenisvolle context				
schat bij hoeveelheden tot 100 vanuit context met besef van orde van grootte				
7.1. Handig rekenen				
kan handig rekenen tot 10 (afleiden van antwoorden)				
gebruikt structuren zoals 5- of 10 structuur, dubbelen bij splitsen, optellen en aftrekken tot 10				
Meten en meetkunde				
10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren				
Kan m.b.v. leerkracht eenvoudige plattegrond lezen				
Kan m.b.v. leerkracht eenvoudige plattegrond tekenen (klaslokaal)				
Bouwt lego bouwsel m.b.v. constructietekening				
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte				
meet inhoud in liters m.b.v. emmer met maatverdeling				
meet gewicht in kilo's m.b.v. balans en kilogewicht				
heeft referentiematen voor kg, l, m (pak melk,				

stap)				
vergelijkt en ordent voorwerpen op oppervlakte m.b.v. natuurlijke maten (tegels)				
11.2. Meten van tijd				
begrijpt indeling van week in dagen				
begrijpt cyclische karakter van indeling van week				
benoemt dagen van de week, weekend, wanneer vrij				
beseft verdeling van jaar in maanden				
kan vanuit huidige maand andere maanden benoemen				
herkent en benoemt hele/halve uren, kwartieren op klok met cijfers				
brengt tijden in verband met bijbehorende gebeurtenissen				
beseft wisseling in en cyclische karakter van seizoenen				
kan globaal maanden bij seizoenen aangeven				
11.3. Geldrekenen				
kan bedragen tot 10 euro samenstellen vanuit losse euro's 2 euromunten en briefjes van 5				
kan bedragen tot 20 euro samenstellen vanuit losse euro's 2 euromunten, briefjes van 5 en van 10				

Bijlage D: Checklist rekenen groep 5

Wiskundig inzicht en handelen	**Datum:**	**Datum:**	**Datum:**	**Opmerkingen:**
1.1. Ordeningsbegrippen begrijpen en actief hanteren				
Hanteert bewerkingsbegrippen, zoals:				
op één na eerste				
op één na laatste				
links, rechts				
linksom, rechtsom				
rechtdoor				
bij de …^{e} straat rechtsaf				
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken				
maakt gebruik van lege getallenlijn bij optellen en aftrekken				
maakt bij het splitsen in tientallen en eenheden gebruik van schematische weergave (MAB-materiaal)				
begrijpt rechthoekmodel voor vermenigvuldigen (bv. context tuin)				
Getallen en bewerkingen				
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn				
telt heen en terug tot duizend met sprongen van 5 en 10				
telt heen en terug met sprongen van 10 vanaf een bepaald getal (evt. met hulp van boogjes-getallenlijn)				
telt vanaf een bepaald getal tot 1000 een stukje vooruit en terug				
telt heen en terug met sprongen van 10, 50 en 100 vanaf een willekeurig 10-, 50- of 100-tal tot 1000				
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur				
noemt het volgende tiental bij een getal tot 100 en kan in het hoofd aanvullen tot volgend tiental				
splitst getallen tot 20 met gebruik van gestructureerd materiaal als rekenrek of eierdozen				
5.1. Optellen en aftrekken				
lost sommen tot 20 op zonder concreet materiaal, niet tellend, eventueel met tussenstapjes				
lost sommen tot 100 op m.b.v. structuurmateriaal (kralenketting, MAB-materiaal)				
5.2. Vermenigvuldigen en delen				

leidt sommen als 3x7 af, uit 2x7 erbij 1x7				
lost sommen op met verwisseleigenschap (7x3= 3x7); evt. met ondersteuning rechthoekmodel				
zegt tafels van 2, 5 en 10 uit het hoofd op (ook door elkaar)				
6.1 Schattend rekenen				
maakt een schatting van hoeveel iets kost en heeft daarbij enig besef van orde van grootte (fiets is duurder dan een pak melk)				
weet bij een getal tot 100 bij welk tiental het in de buurt ligt				
7.1. Handig rekenen				
maakt bij sommen tot 20 handig gebruik van geautomatiseerde sommen (6+7= 6+6+1 / 8+5= 8+2+3)				
maakt bij splitsen, optellen en aftrekken tot 20 handig gebruik van structuren (5, 10, dubbelen)				
gebruikt tientalstructuur bij aanwijzen of leggen van een getal				
Meten en meetkunde				
10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren				
bouwt eenvoudig blokkenbouwsel na vanuit plattegrond met hoogtegetallen				
maakt een plattegrond met hoogtegetallen van eigen bouwsel				
ziet zonder gebruik van blokken welke plattegrond met hoogtegetallen bij welk afgebeeld bouwsel hoort				
bepaalt vanaf welk punt een gegeven foto is genomen				
maakt plattegrond van eigen klas/kamer				
“leest” en maakt eenvoudige plattegrond van bekende loopomgeving (bv. woonomgeving)				
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte				
meet gewicht met personenweegschaal, kent daarbij de standaardmaat kilo				
leest lengte af met “vijfmeterlint” (vijf aan elkaar geplakte meterstroken met alleen getallen bij hele meters)				
11.2. Meten van tijd				
herkent en benoemt op klok naast hele/ halve uren/kwartieren, ook de minuten en seconden				
leest op maandkalender het aantal dagen, aantal weken, op welke dag een bepaalde datum valt				
heeft enig besef hoe lang een uur/half uur/kwartier/minuut/seconde duurt (aan de hand van een activiteit)				

11.3. Geldrekenen				
betaalt op verschillende manieren een bedrag onder de 100 euro (briefjes van 10, 20, 50 en 1- en 2 euromunten)				
weet dat als je alleen papiergeld in je portemonnee hebt en een bedrag van bv. 7, 17 of 87 euro moet betalen, hoeveel je geeft en hoeveel euro's je terug krijgt				
leest een prijskaartje als € 69,- en betaalt zo'n bedrag				

Bijlage E: Checklist rekenen groep 6

Wiskundig inzicht en handelen	**Datum:**	**Datum:**	**Datum:**	**Opmerkingen:**
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken				
begrijpt een somformule bij delen met het **:** teken				
maakt bij het splitsen in honderdtallen, tientallen en eenheden gebruik van het positieschema (**D-H-T-L**)				
Getallen en bewerkingen				
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn				
positioneert getallen tot 1.000 steeds nauwkeuriger (187: van "tussen 100-200" naar "tussen de 180-190")				
vergelijkt en ordent getallen tot 1.000 op grootste, kleinste en middelste				
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur				
splitst getallen tot 20 zonder materiaal				
splitst een getal als 148 vanuit honderdtal, tiental en eenheden m.b.v. ondersteunend materiaal zoals geld of MAB-materiaal				
4.3. Breuken, kommagetallen, procenten en verhoudingen				
verdeelt vanuit een context een strook papier of cirkel (koek, taart/pizza) in $2^{den,}$ $3^{den,}$ $4^{den,}$ 5^{den} en 6^{den} en ziet daarbij onderlinge relaties (als je iets in 2en verdeelt krijg je grotere stukken dan in 4en / als je iets in 4en verdeelt krijg je 2x zoveel stukken, maar dan zijn de stukken wel kleiner)				
5.1. Optellen en aftrekken				
maakt optel-/aftreksommen tot 100 zonder concreet materiaal (evt. m.b.v. getallenlijn of kladblaadje)				
5.2. Vermenigvuldigen en delen				
beheerst tafels t/m 10 en past deze toe in contextsituaties				
begrijpt een deelsom vanuit een contextsituatie				
ziet een relatie tussen delen en vermenigvuldigen als manier om een deelsom uit te rekenen (24:6=4, want 4x6=24)				
6.1 Schattend rekenen				
zegt van een getal tot 1000 bij welk rond getal het in de buurt ligt				
kan een uitkomst schatten van een optel-				

/aftreksom tot 100				
7.1. Handig rekenen				
kiest bij optel-/aftreksommen tot 100 een handige strategie				
gebruikt strategieën om moeilijke tafels af te leiden uit makkelijke tafels (bv. via omkeren, 10x, 5x en verdubbelen)				
8.1. Kolomsgewijs rekenen en cijferen				
telt driecijferige getallen bij eenvoudige bewerkingen als 560+320, (waarbij **H, T** of **L niet** overschreden worden) bij elkaar vanuit het splitsen van **H, T** en **L**				
telt driecijferige getallen als 569+170 bij elkaar vanuit het splitsen in **H, T** en **L**				
trekt driecijferige getallen als 567-134 (zonder tekorten) af vanuit splitsen in **H, T** en **L**				
Meten en meetkunde				
10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren				
ziet relatie tussen luchtfoto en plattegrond				
tekent gelopen route op een plattegrond van klas of school				
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte				
hanteert meetinstrumenten als meetlint, duimstok en liniaal; kent de standaardmaat m en cm				
ziet bij het vergelijken van oppervlakten via het leggen van tegels relatie met vermenigvuldigen				
11.2. Meten van tijd				
benoemt de kloktijd vanuit ankerpunten hele en halve uren in termen als “het is bijna half 6” of “het is net 11 uur geweest”				
begrijpt datumaanduidingen als 7-5-2010 en kan data aan contexten koppelen (geboortedatum)				
11.3. Geldrekenen				
benoemt de waarde van munten en biljetten				
wisselt munten en biljetten in				
betaalt een bedrag als € 245,- op verschillende manieren				

Bijlage F: Checklist rekenen groep 7

Wiskundig inzicht en handelen	**Datum:**	**Datum:**	**Datum:**	**Opmerkingen:**
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken				
hanteert een vaste notatiewijze bij kolomsgewijs optellen en aftrekken				
begrijpt en hanteert cirkel- en strookmodel voor breuken en gebruikt daarbij de breuknotatie				
Getallen en bewerkingen				
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn				
positioneert getallen tot 10.000 steeds nauwkeuriger (9.575: van "tussen 9.000-10.000" naar "tussen 9.500-9.600", naar "tussen 9.570-9.580")				
vergelijkt getallen tot 10.000 op grootste, kleinste en middelste				
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur				
splitst en stelt getallen tot 1000 samen vanuit honderdtallen, tientallen en eenheden met ondersteunend materiaal (geld of MAB-materiaal)				
idem, nu met behulp van positieschema (**D-H-T-L**)				
4.3. Breuken, kommagetallen, procenten en verhoudingen				
begrijpt vanuit cirkel (taart) en strook (reep) wat stambreuken als ½, ¼ en 1/8 inhouden.				
5.1. Optellen en aftrekken				
legt bij eenvoudige optel-/aftreksommen tot 1000 de relatie met een corresponderende som onder de 100				
maakt optel-/aftreksommen tot 1000 en rekent deze verkort uit (evt. m.b.v. lege getallenlijn of kladblaadje)				
5.2. Vermenigvuldigen en delen				
beheerst deeltafels tot en met 10 (ook met rest)				
lost tafelsommen op door gebruik van splitsaanpak en nul regel				
6.1 Schattend rekenen				
zegt van een getal tot 10.000 bij welk rond getal het in de buurt ligt				
kan een uitkomst schatten van een optel-/aftreksom tot 1.000				
kan een schatting maken van de uitkomst van een				

vermenigvuldiging (bv. 7x81)				
7.1. Handig rekenen				
kiest bij optel-/aftreksommen tot 1.000 een handige strategie				
gebruikt strategieën om moeilijke tafels (bv. 8x14) af te leiden uit makkelijke tafels (bv. via halveren/verdubbelen/ronde getallen)				
8.1. Kolomsgewijs rekenen en cijferen				
trekt driecijferige getallen als 735-256 (met tekorten) af vanuit splitsen in **H, T** en **L**				
redeneert vanuit tekorten (30-50= -20)				
telt kolomsgewijs op en trekt kolomsgewijs af tot 1000 (mag verkort genoteerd worden)				
9.1. Rekenmachine				
bedient een eenvoudige rekenmachine en rekent hierop enkelvoudige bewerkingen uit m.b.v. de meest elementaire operatietoetsen (+, -, x, :)				
lost elementaire contextopgaven m.b.v. een rekenmachine op				
Meten en meetkunde				
10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren				
ziet relatie tussen tekening en bovenaanzicht				
tekent zelf bovenaanzicht van voorwerpen				
bepaalt vanuit bovenaanzicht welk standpunt de fotograaf had bij het nemen van foto's (van opzij, van voren, van achteren)				
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte				
meet met maatbeker in l en cl				
11.2. Meten van tijd				
zoekt data op kalender en berekent m.b.v. kalender hoeveel dagen/maanden iets nog duurt				
11.3. Geldrekenen				
leest bedragen als € 1,25, € 25,50 en € 0,95 en betaalt zo'n bedrag				
schat vooraf in door globaal berekenen, of er genoeg geld in de portemonnee zit voor een aantal producten				

Bijlage G: Checklist rekenen groep 8

Wiskundig inzicht en handelen	**Datum:**	**Datum:**	**Datum:**	**Opmerkingen:**
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken				
hanteert een vaste notatiewijze bij kolomsgewijs vermenigvuldigen				
hanteert een vaste notatiewijze bij kolomsgewijs delen				
Getallen en bewerkingen				
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn				
telt heen en terug tot 10.000 met sprongen van 100, 500 en 1000				
positioneert getallen tot 100.000				
plaatst grote getallen op de getallenlijn: duizend, miljoen, miljard				
vergelijkt grote getallen op grootste, kleinste en middelste				
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur				
splitst en stelt getallen tot 1000 samen vanuit honderdtallen, tientallen en eenheden zonder ondersteunend materiaal				
splitst, stelt samen en kan de waarde bepalen van positiecijfers bij getallen tot 10.000				
4.3 Breuken, kommagetallen, procenten en verhoudingen				
begrijpt korte benoemingswijze bij breuken (bv. 5 stukjes van 1/6 wordt omschreven als 5/6)				
vergelijkt breuken m.b.v. stroken (wat is meer 1/4 of 1/8? en 5/4 of 4/8?)				
5.1. Optellen en aftrekken				
maakt optel-/aftreksommen boven de 1000 met ronde getallen				
5.2. Vermenigvuldigen en delen				
rekent grotere keersommen als 4x235 handig uit				
rekent grotere delingen met ronde getallen handig uit				
6.1 Schattend rekenen				
zegt van een getal tot 100.000 bij welk rond getal het in de buurt ligt				
kan een uitkomst schatten van een optel-/aftreksom tot 10.000				
rondt kommagetallen af vanuit context (geld, meten)				

7.1. Handig rekenen				
kiest bij optel-/aftreksommen tot 10.000 een handige strategie				
gebruikt strategieën om moeilijke tafels (bv. 24x155) af te leiden uit makkelijke tafels (bv. via halveren/verdubbelen/ronde getallen)				
8.1. Kolomsgewijs rekenen en cijferen				
lost vermenigvuldiging van een ééncijferig getal met een driecijferig getal op een kolomsgewijze manier op (van groot naar klein)				
telt kolomsgewijs op en trekt kolomsgewijs af boven 1000 (mag verkort genoteerd worden)				
lost vermenigvuldiging van een tienvoud met een driecijferig getal op een kolomsgewijze manier op (van groot naar klein)				
lost deling van meercijferige getallen door een ééncijferig getal op een kolomsgewijze manier op				
lost deling van meercijferige getallen door een meercijferig getal op een kolomsgewijze manier op				
9.1. Rekenmachine				
voert samengestelde berekeningen met de rekenmachine uit				
past de constante opteller en vermenigvuldiger toe				
Meten en meetkunde				
10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren				
leest plattegrond van een bepaalde streek/provincie/eiland en begrijpt schaalaanduidingen				
kent windrichtingen en past deze bij het lezen van een kaart toe				
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte				
weet dat een kilometer= 1000 m = 1000 flinke stappen				
meet gewicht met instrumenten, kent daarbij de maten kilo en gram				
hanteert de maten mm, dm, cm en m				
bepaalt omtrek van een vierkant of rechthoekig voorwerp				
hanteert de maten dl, ml, ons en pond				
11.2. Meten van tijd				
zet analoge tijd om in digitale tijd en andersom, begrijpt daarbij dat je door de 24-uurs aanduiding kunt zien of het ochtend, middag , avond of nacht is				

berekent tijd in contexten ('s avonds vijf voor half 9, de trein vertrekt om 20.45 … hoeveel tijd heb ik nog?)				
legt uit wat "schrikkeljaar" inhoudt				
legt uit wat het verschil tussen zomer- en wintertijd is				
brengt ordening in tijd aan vanuit geschiedenis; denkt van daaruit in eeuwen, jaartallen en rekent met jaren				
11.3. Geldrekenen				
past geld bij om terugkrijgen te vergemakkelijken				
weet hoeveel je terug moet krijgen bij het betalen				

Bijlage H: Checklist rekenen pluscategorie

Wiskundig inzicht en handelen	**Datum:**	**Datum:**	**Datum:**	**Opmerkingen:**
1.1. Ordeningsbegrippen begrijpen en actief hanteren				
1.2. Wiskundige symbolen; schema's en modellen begrijpen en gebruiken				
begrijpt en maakt gebruik van verhoudingstabel				
begrijpt en maakt gebruik van juiste notatie bij kommagetallen				
begrijpt en gebruikt de procentnotatie (%)				
gebruikt strookmodel bij procenten, verhoudingen en breuken				
hanteert de meest verkorte notatiewijze bij kolomsgewijs +, -, :, x of weet notatiewijze cijferend rekenen				
interpreteert grafieken en tabellen				
Getallen en bewerkingen				
4.1. Tellen en plaatsen van getallen op getallenlijn				
telt heen en terug met sprongen van 100, 1000, 10.000 tot 100.000				
plaatst kommagetallen (bijv. 2,9) vanuit context (bijv. km-teller) op getallenlijn				
plaatst getallen als 2,325 op getallenlijn				
plaatst breuken op getallenlijn				
plaatst breuken en kommagetallen, in relatie tot elkaar, op getallenlijn (bijv. ¼ bij 0,25)				
4.2. Hoeveelheidbesef, inzicht in getalstructuur				
splitst, stelt samen en kan de waarde bepalen van positiecijfers tot 100.000 (met ondersteunend materiaal)				
splitst, stelt samen en kan de waarde bepalen van positiecijfers tot 1.000.000 en daarboven				
4.3 Breuken, kommagetallen, procenten en verhoudingen				
ziet vanuit context (bijv. overgieten in maatbeker) dat 7/6 overeenkomt met $1^1/_6$				
redeneert vanuit context over verhoudingen en noteert dit in verhoudingstabel				
begrijpt kommagetallen vanuit context (geld, temperatuur) en plaatst kommagetallen op getallenlijn				
bepaalt een deel van een hoeveelheid (bijv. 5/6 van 120 euro), evt. met strook als model				
ziet welk deel van het geheel iets is (bijv. 20 van 100 euro), evt. met strook als model				

rekent percentage van iets uit via ankerpunt (bijv. 10%) of direct vanuit 1%				
ziet met strook als model samenhang tussen breuken, procenten en verhoudingen				
drukt een verhouding uit in een percentage (bijv. 40 van 200 is 20%)				
ziet verhoudingsaanduiding (bijv. 1 op de 5) in relatie tot breuken (1/5) en procenten (20%)				
vergelijkt percentages met elkaar en beredeneert ze vanuit een context				
vergelijkt ongelijknamige breuken, telt ze op en trekt ze van elkaar af (eventueel met materiaal)				
vermenigvuldigt en deelt met kommagetallen				
5.1. Optellen en aftrekken				
maakt optel-/aftreksommen boven de 1000 en rekent dit rijgend uit (met hulpmiddelen)				
5.2. Vermenigvuldigen en delen				
6.1 Schattend rekenen				
rondt grote getallen tot in miljoenen af				
maakt voor het uitrekenen van een bewerking tot in de miljoenen, een schatting door af te ronden naar ronde getallen				
rondt kommagetallen af (geld, meten) zonder context				
7.1. Handig rekenen				
past handige hoofdrekenstrategieën toe bij het optellen/aftrekken van grote getallen zoals halveren, dubbelen en transformeren (bijv. 1980+370= omvormen tot 2000+350=)				
gebruikt strategieën om te delen/vermenigvuldigen met grote getallen (bijv. 750:15= omvormen tot 1500:30=)				
8.1. Kolomsgewijs rekenen en cijferen				
telt op de meest verkorte manier kolomsgewijs of cijferend op				
trekt op de meest verkorte manier kolomsgewijs of cijferend af				
vermenigvuldigt op de meest verkorte manier, kolomsgewijs of cijferend				
deelt op de meest verkorte manier, kolomsgewijs of cijferend				
9.1. Rekenmachine				
bepaalt met inzicht of gebruik rekenmachine passend is				
analyseert probleem, noteert dit in rekenschema, voert berekening met rekenmachine uit en controleert uitkomst schattend				
Meten en meetkunde				

10.1. Ruimtelijke oriëntatie en ruimtelijk redeneren				
begrijpt formele schaalaanduiding 1:15				
tekent plattegrond van eigen klas op schaal				
begrijpt hogere schaalgetallen 1:2.000.000 en bepaalt op basis van schaal werkelijke afstand				
bepaalt op welke schaal afbeelding is afgebeeld op grond van informatie over echte breedte of lengte				
tekent plattegrond van verdieping school op schaal 1:50				
11.1. Meten van lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte				
bepaalt vanuit 'hokjesschema' oppervlakte in aantal hokjes en ziet verband met vermenigvuldigen				
heeft vanuit context enig schaalbegrip (1 cm op tekening is 100 m in werkelijkheid)				
kent binnen context het begrip m2, dm2, cm2 als maat voor oppervlakte				
kent binnen context het begrip m3, dm3, cm3 als maat voor inhoud				
past grotere lengtematen als km, hm en dam toe (op schaal) binnen een context (bijv. plattegrond)				
rekent binnen context van ene maat naar andere maat en weet hier bij dat 'centi' honderdste, 'deci' tiende en 'milli' duizendste is				
kent alle gangbare maten op gebied van lengte, gewicht, inhoud, oppervlakte en heeft daarbij referentiematen (bijv. potloodpunt=mm2, nagel=cm2, handpalm=dm2)				
begrijpt onderlinge relatie tussen inhoudsmaten, als liter en dm3; rekent om van ene maatsoort in andere				
ziet rekenkundige relatie tussen lengte/breedte/oppervlakte en tussen lengte/breedte/hoogte en inhoud				
drukt maten in verhouding tot elkaar uit, ook in kommagetallen (dm=0,1m)				
11.2. Meten van tijd				
11.3. Geldrekenen				
schat vooraf globaal in hoeveel een artikel kost als er bijv. 10% korting op is				
rekent de waarde van vreemde valuta om in euro's en andersom				

Koninklijke Kentalis
Expertise & Innovatie - PonTeM
Postbus 7
5270 BA Sint Michielsgestel
T 073 55 88 426

Koninklijke Kentalis
Talent
Postbus 327
5260 AH Vught
T 073 55 88 552

www.kentalis.nl